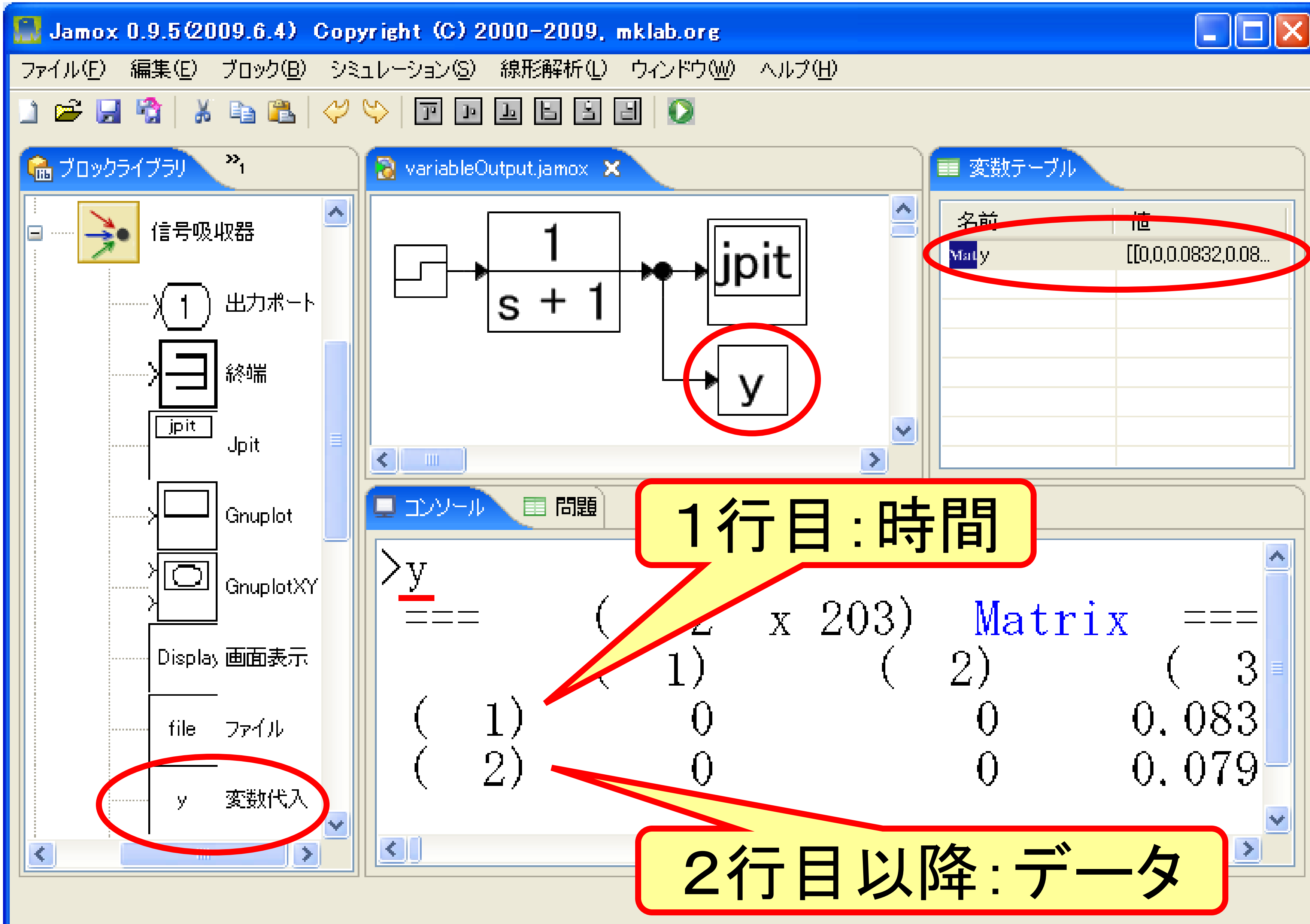
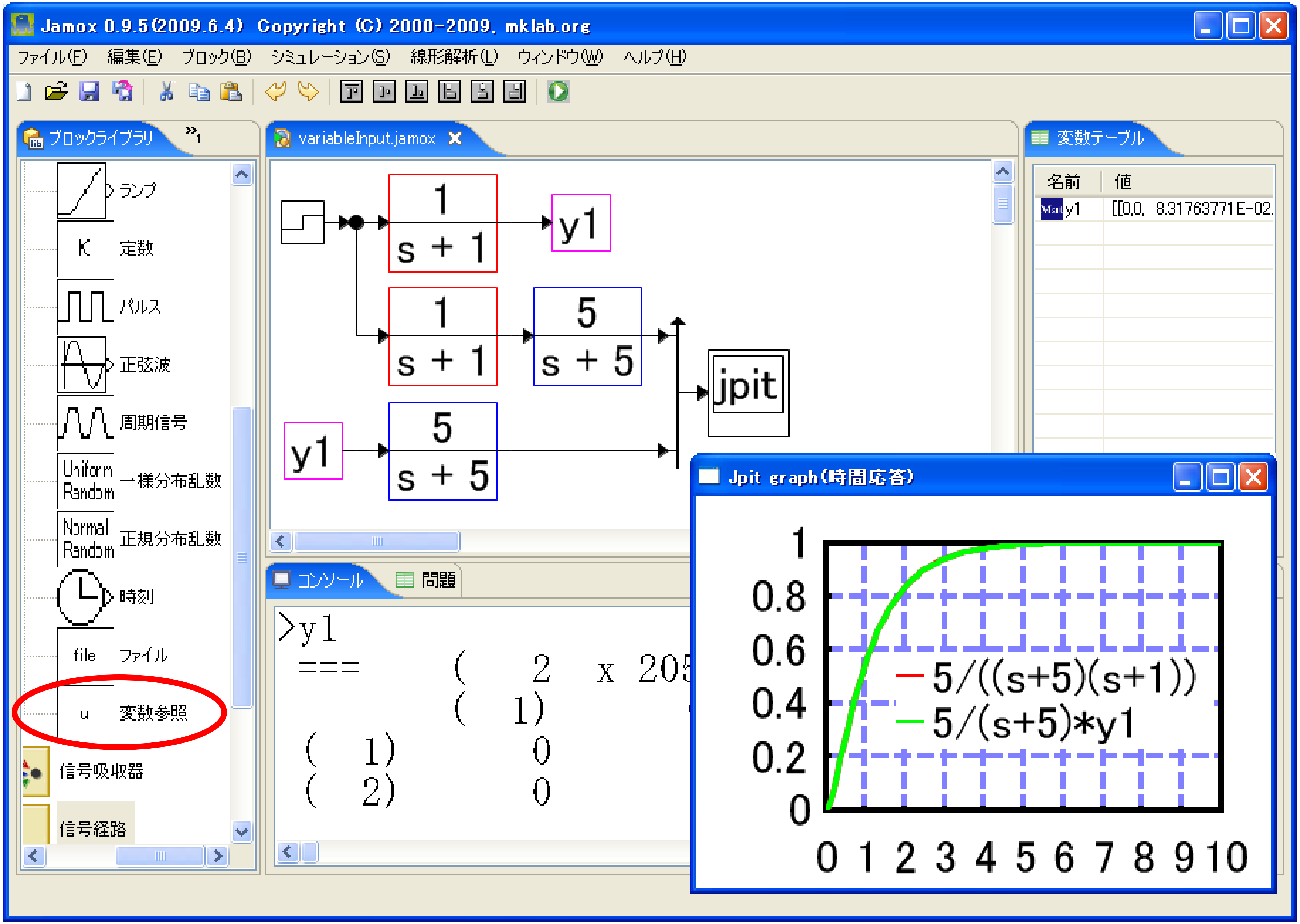
第６回

- 信号データの変数代入と変数参照
- フィードバック制御系の定常特性
- フィードバック制御系の感度特性

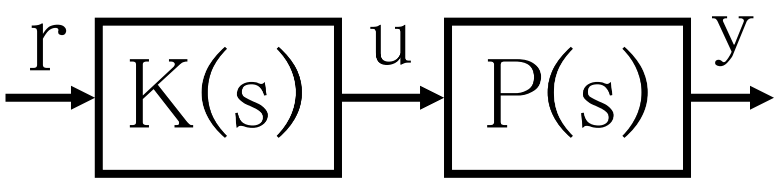
信号データの変数への代入



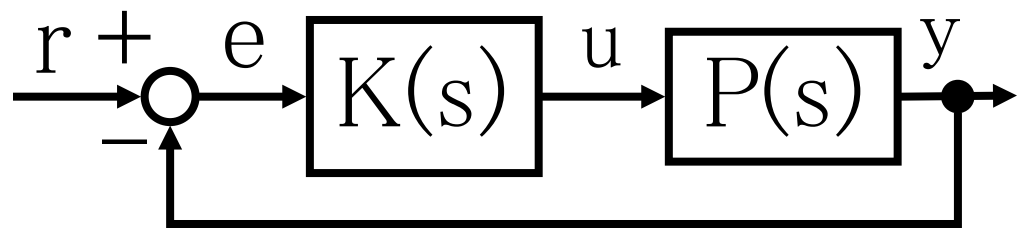
変数内の信号データの参照



FF制御系とFB制御系



フィードフォワード制御系



フィードバック制御系

FF系の出力:

$$Y_f(s) = P(s)K(s)R(s)$$

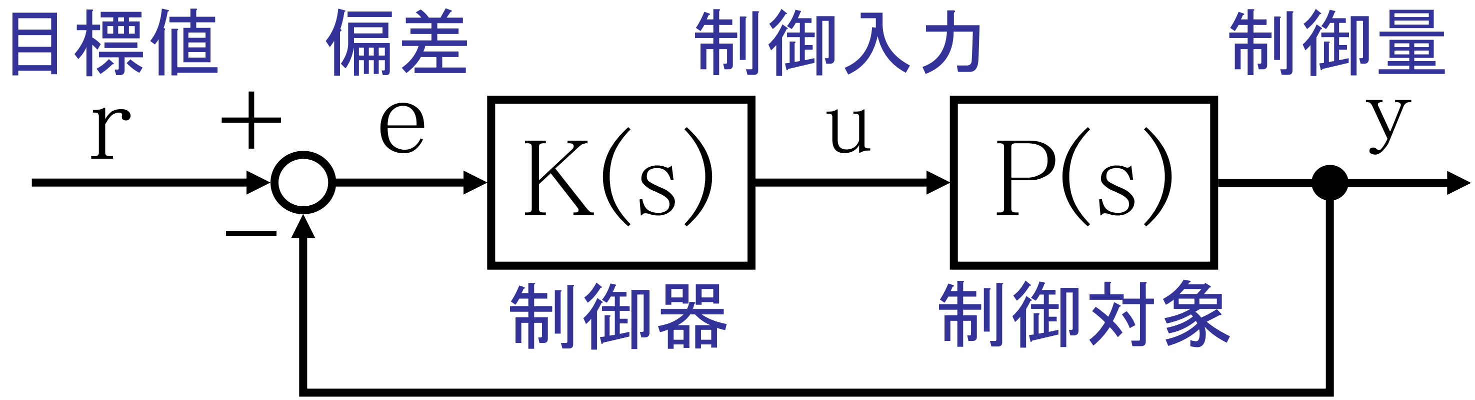
FB系の出力:

$$Y_b(s) = T(s)R(s)$$

閉ループ系の伝達関数:

$$T(s) \triangleq \frac{P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)}$$

目標値に対する定常偏差



一巡伝達関数(開ループ伝達関数):

$$L(s) \triangleq P(s)K(s)$$

目標値から偏差までの伝達関数:

$$G_{er}(s) \triangleq \frac{1}{1+L(s)} \qquad \left(E(s) = G_{er}(s)R(s)\right)$$

目標値に対する定常偏差:

最終値の定理

$$e_s \triangleq \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} sG_{er}(s)R(s)$$

定常偏差

定常位置偏差(ステップ目標): **位置偏差定数**

$$e_s = \lim_{s\to 0} sG_{er}(s)\frac{1}{s} = \frac{1}{1+K_p} \qquad K_p \triangleq \lim_{s\to 0} L(s)$$

定常速度偏差(ランプ目標): **速度偏差定数**

$$e_s = \lim_{s\to 0} sG_{er}(s)\frac{1}{s^2} = \frac{1}{K_v} \qquad K_v \triangleq \lim_{s\to 0} sL(s)$$

定常加速度偏差(一定加速目標): **加速度偏差定数**

$$e_s = \lim_{s\to 0} sG_{er}(s)\frac{1}{s^3} = \frac{1}{K_a} \qquad K_a \triangleq \lim_{s\to 0} s^2L(s)$$

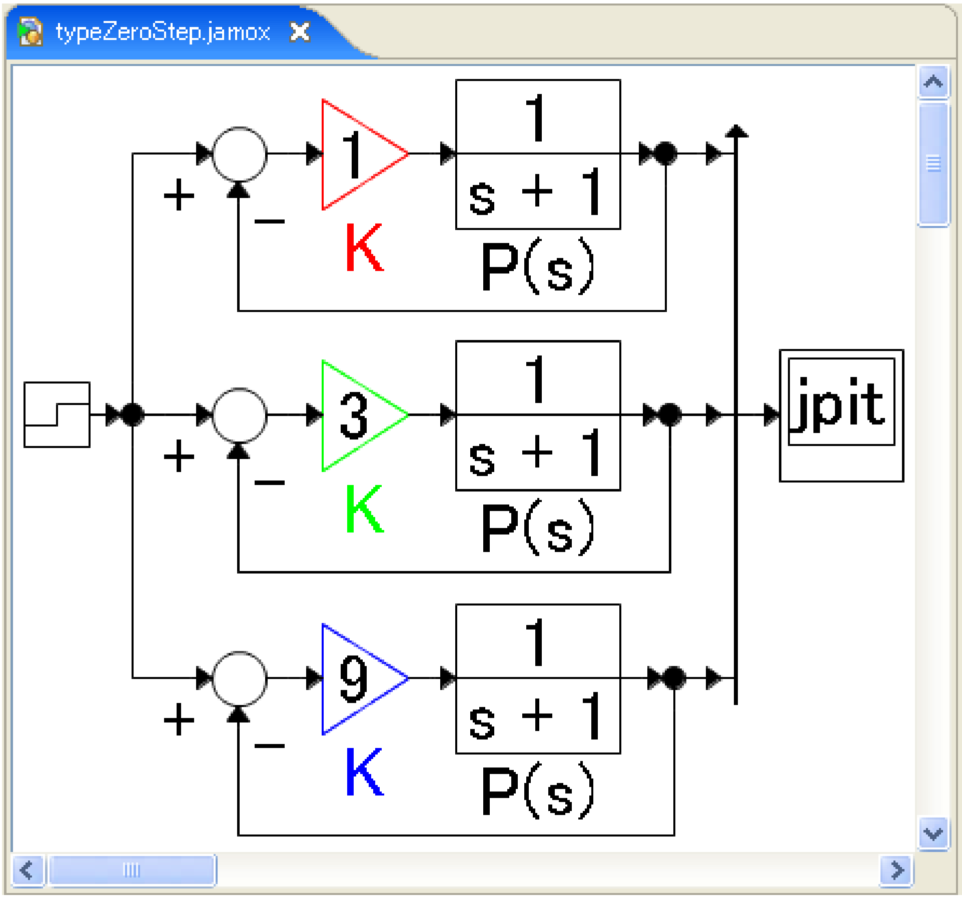
「偏差定数が大きい」→「定常偏差が小さい」

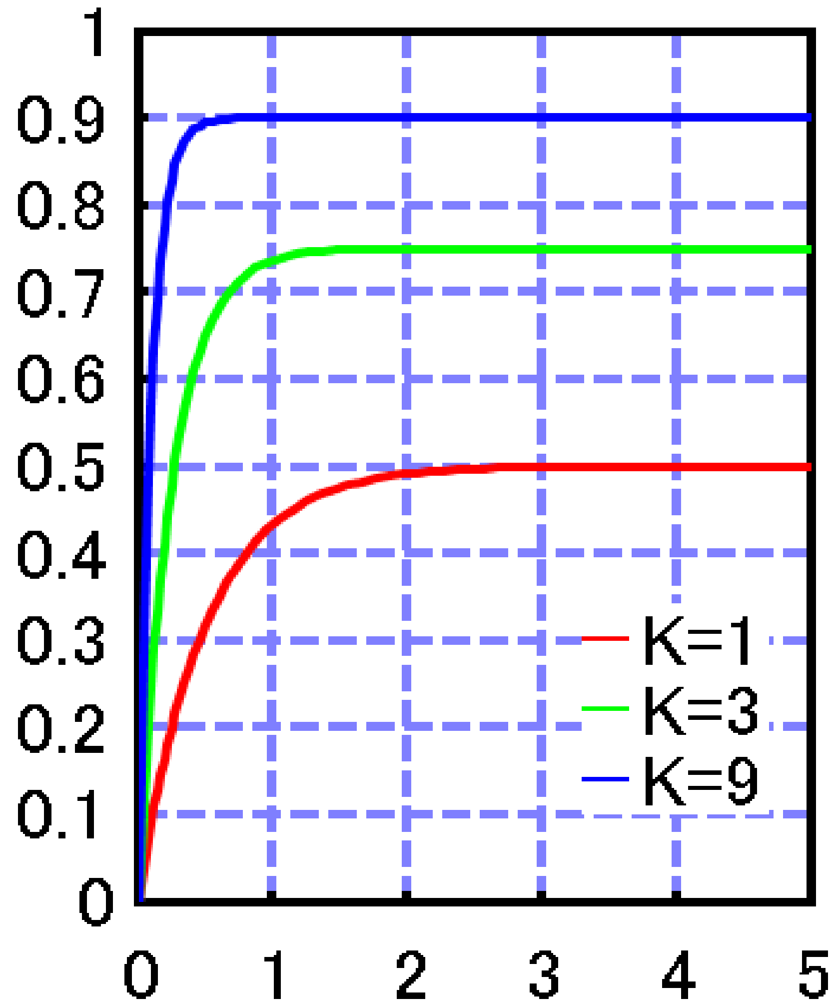
l 型の制御系の定常偏差

$L(s)$が l 個の積分器をもつ ➡ $L(s) = \dfrac{*}{s^l}$

型	$\mathrm{r}(\mathrm{t}) = 1$	$\dot{\mathrm{r}}(\mathrm{t}) = 1$	$\ddot{\mathrm{r}}(\mathrm{t}) = 1$
0型	$1/(1+\mathrm{K}_\mathrm{p})$	∞	∞
1型	0	$1/\mathrm{K}_\mathrm{v}$	∞
2型	0	0	$1/\mathrm{K}_\mathrm{a}$
3型	0	0	0

0型制御系のステップ応答

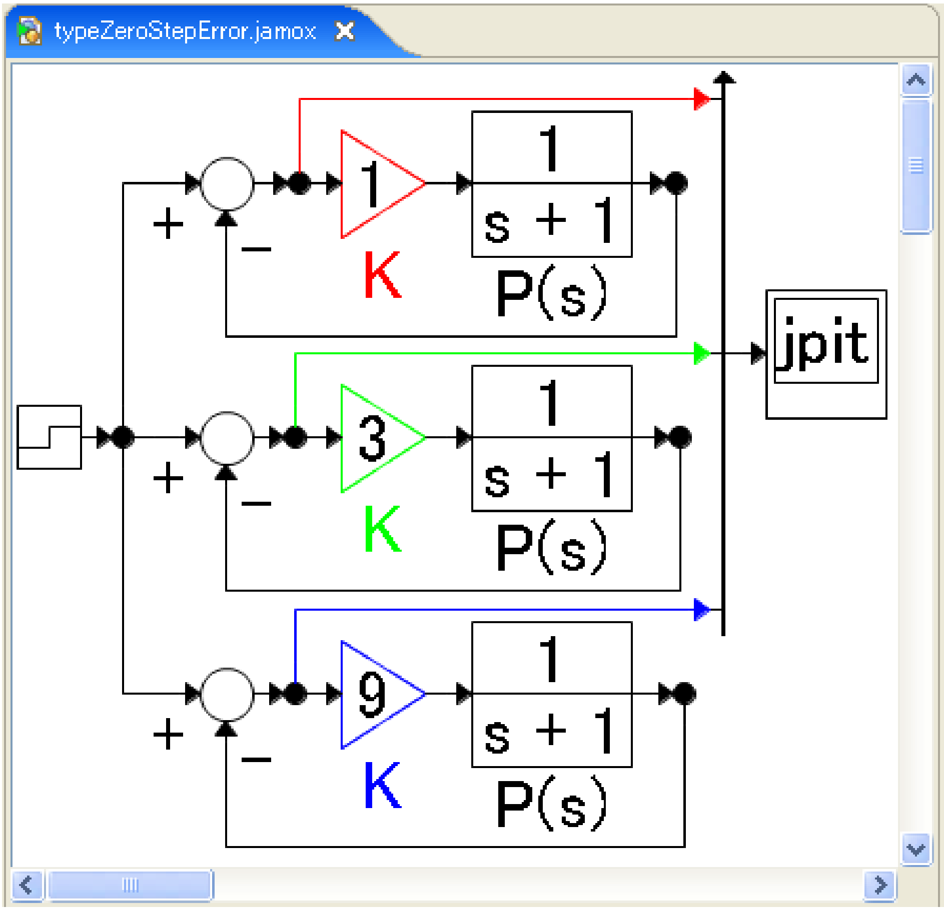


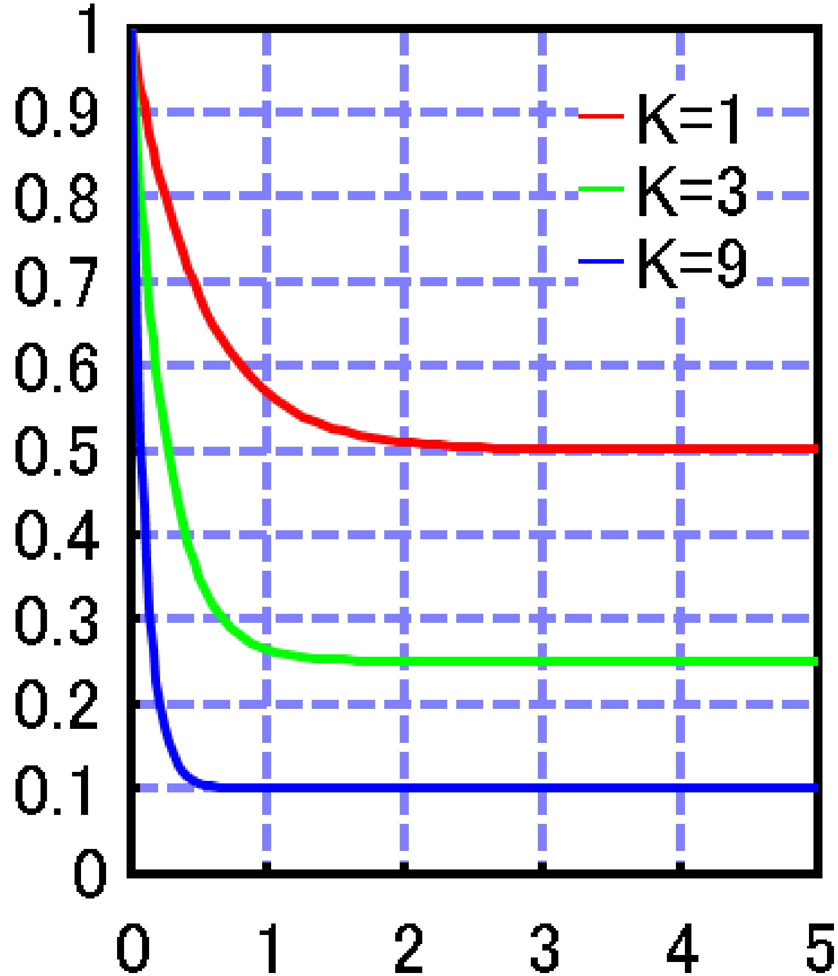


$$L(s) = \frac{K}{s+1} \quad e_s = \frac{1}{1+K}$$

定常偏差が残る

0型制御系の定常位置偏差

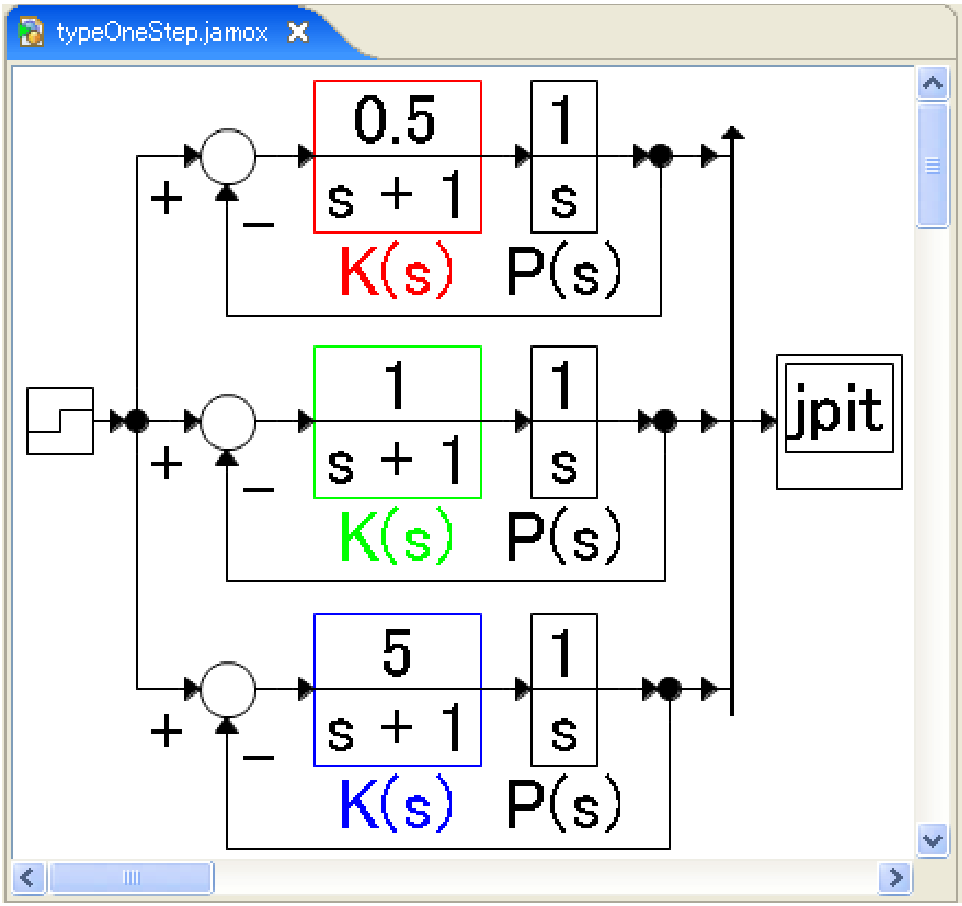


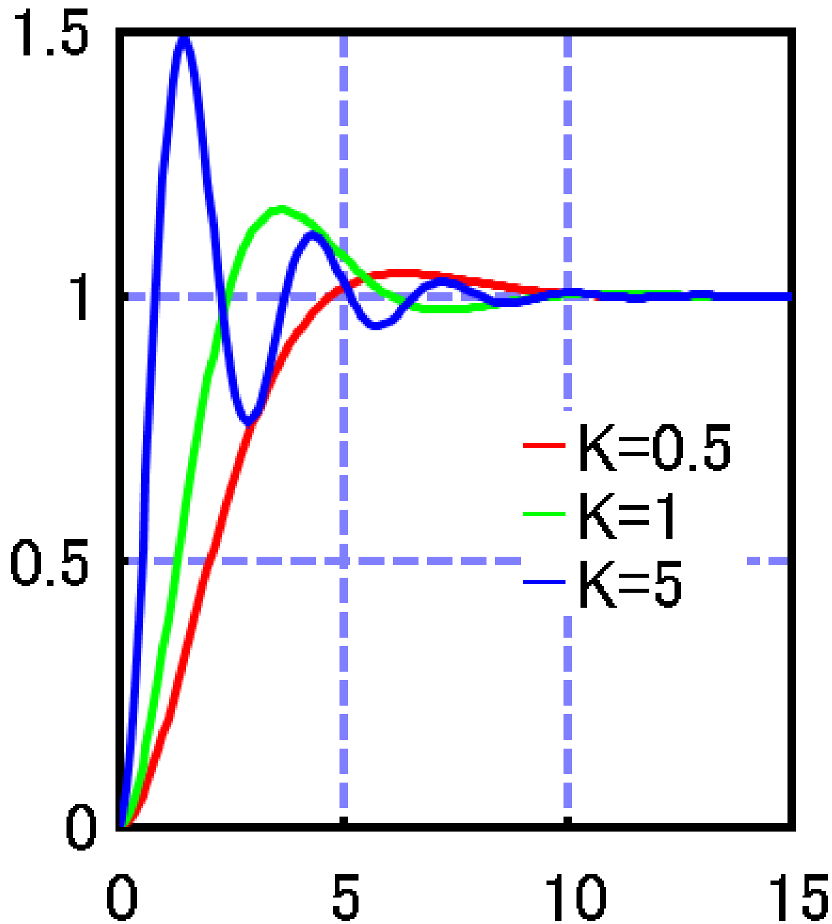


$$L(s) = \frac{K}{s+1} \qquad e_s = \frac{1}{1+K}$$

定常偏差が残る

1型制御系のステップ応答



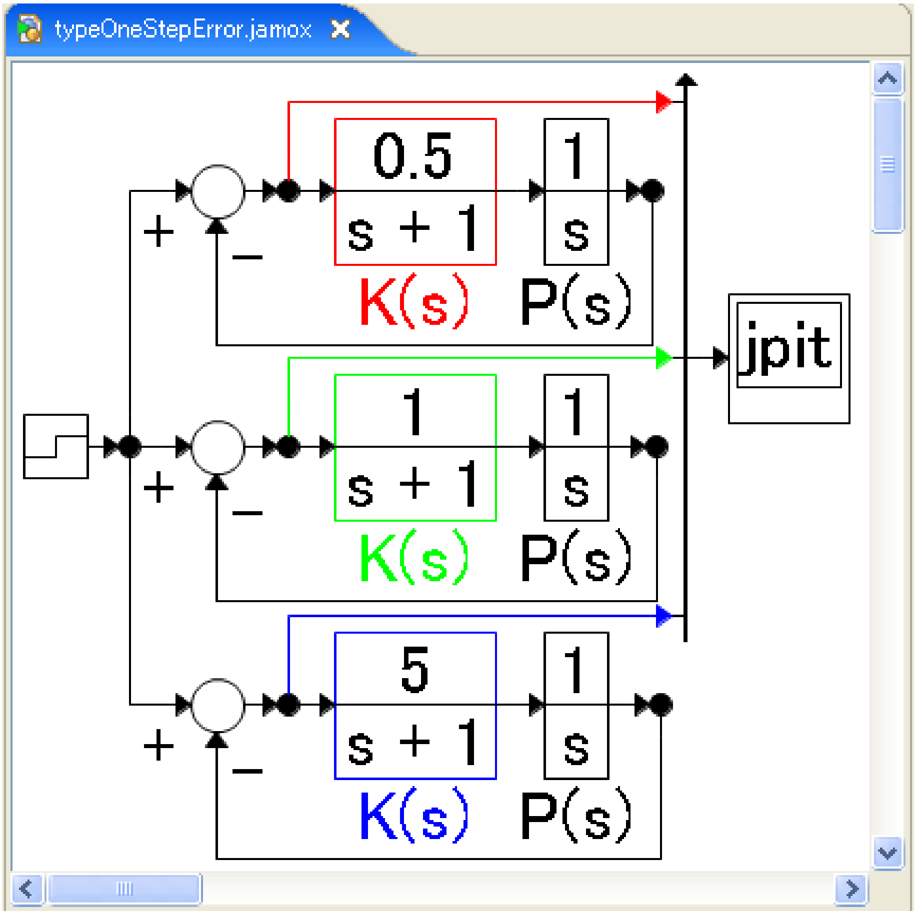


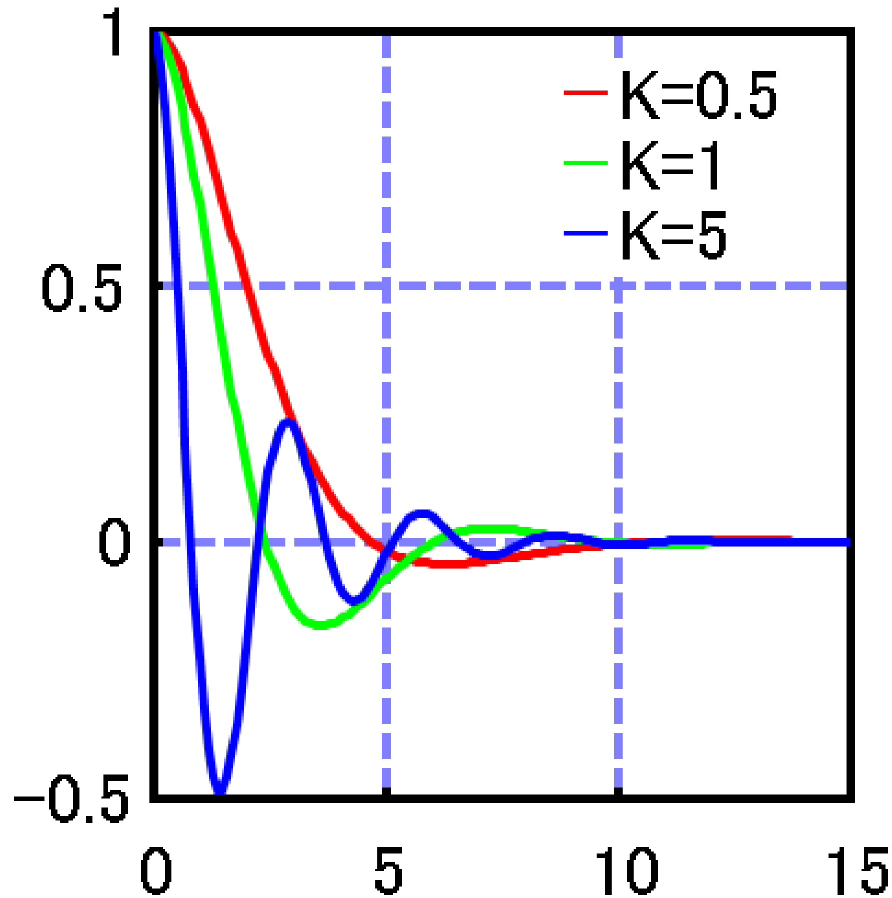
$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)}$$

$$e_s = 0$$

定常偏差が無い

1型制御系の定常位置偏差

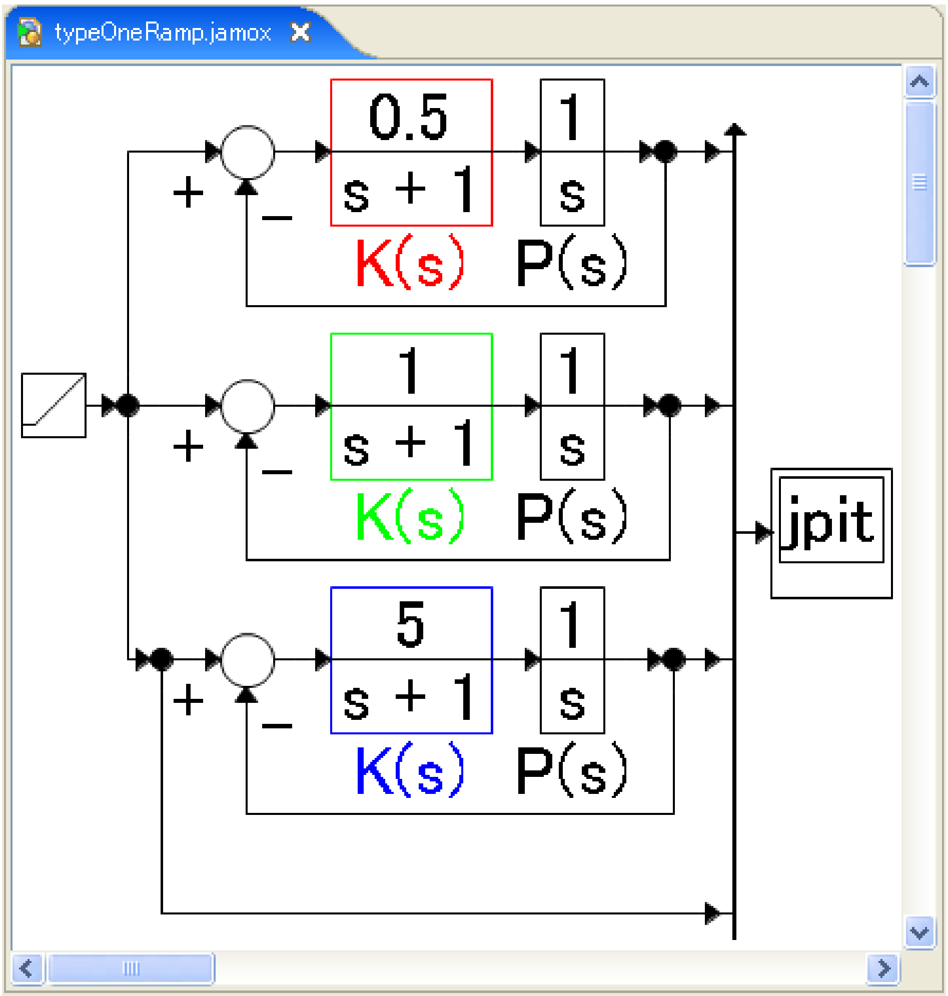


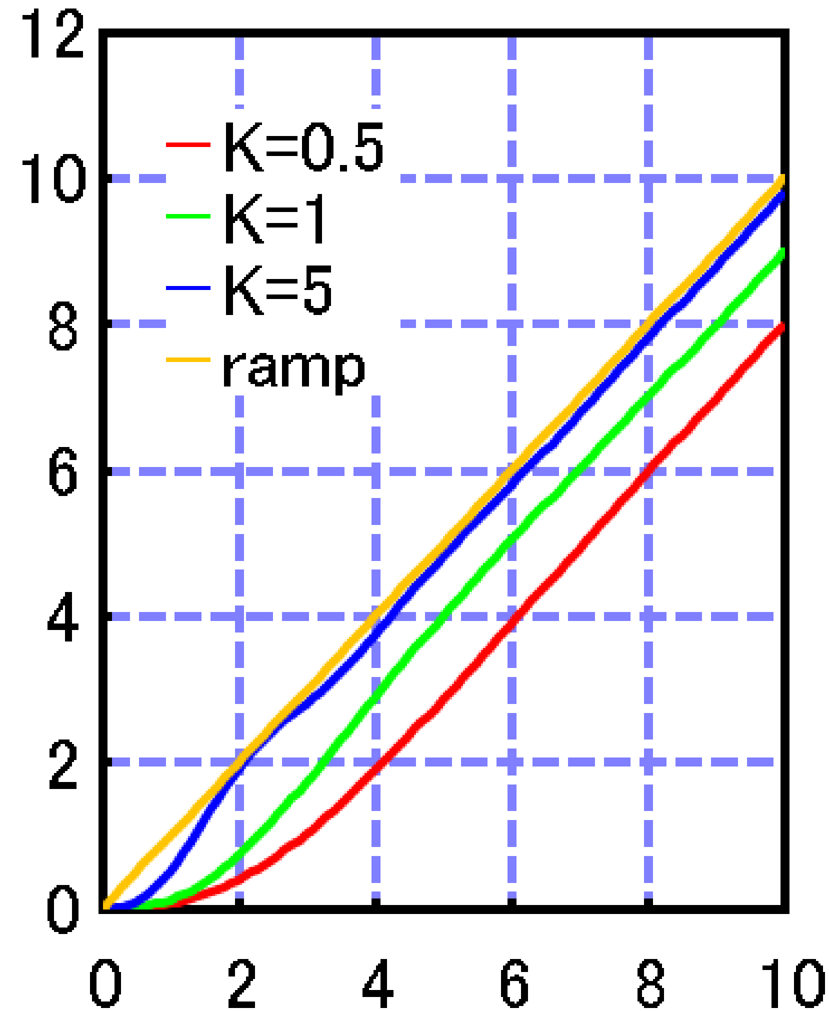


$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)} \qquad e_s = 0$$

定常偏差が無い

1型制御系のランプ応答

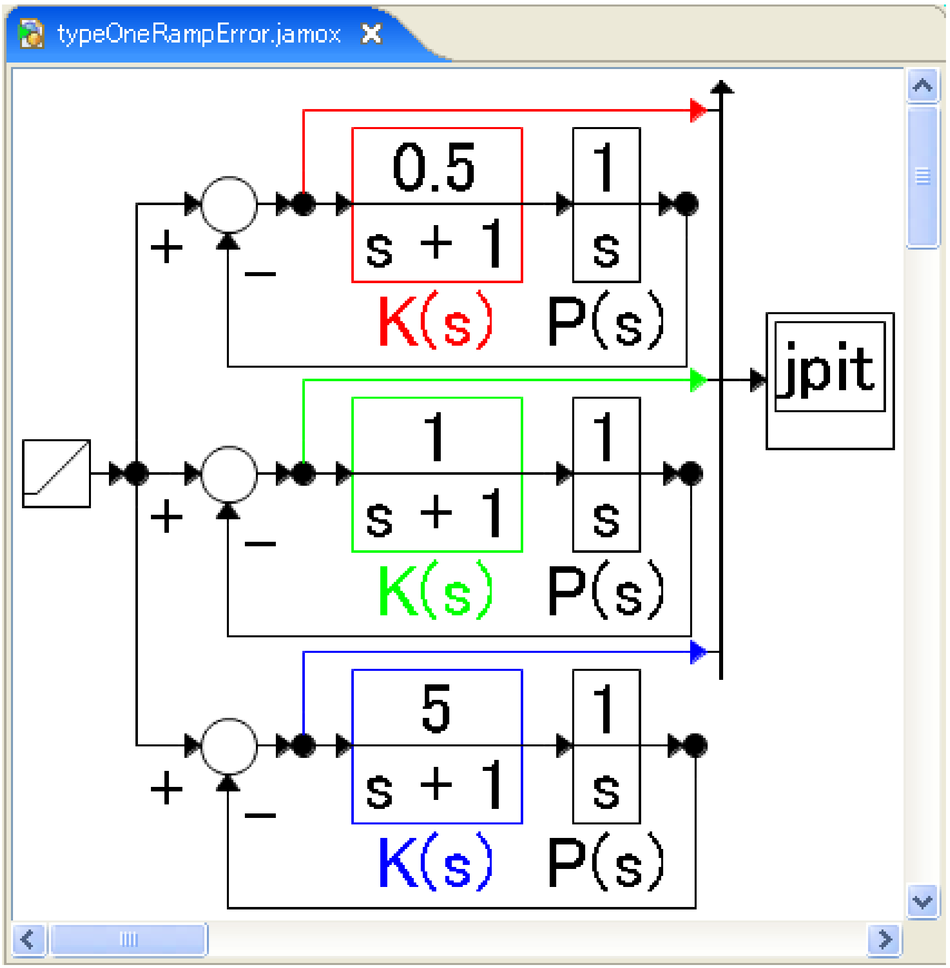


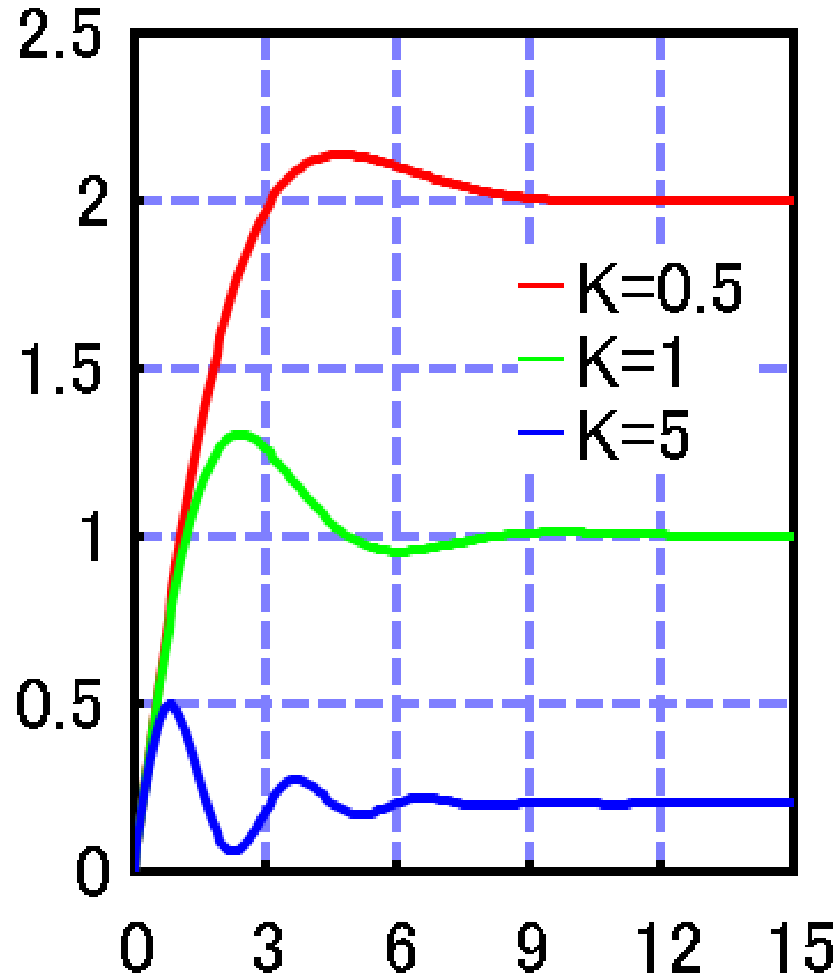


$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)} \qquad e_s = \frac{1}{K}$$

定常偏差が残る

1型制御系の定常速度偏差

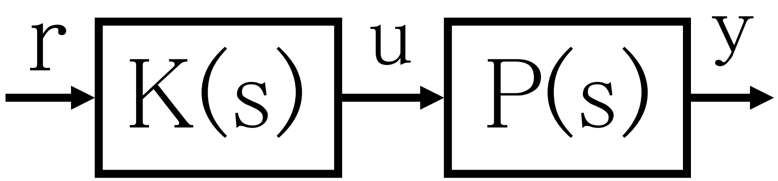




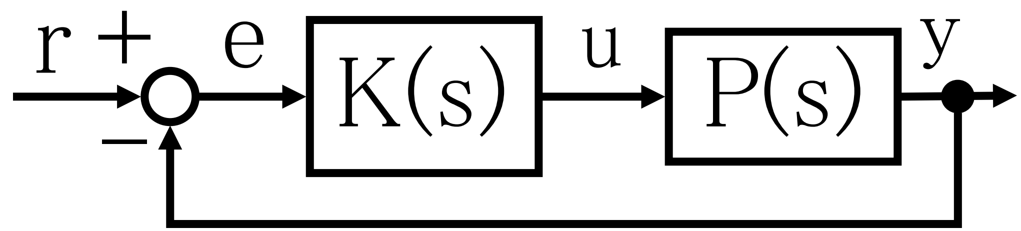
$$L(s) = \frac{K}{s(s+1)} \qquad e_s = \frac{1}{K}$$

定常偏差が残る

FF制御系とFB制御系



フィードフォワード制御系



フィードバック制御系

FF系の出力:

$$Y_f(s) = P(s)K(s)R(s)$$

FB系の出力:

$$Y_b(s) = T(s)R(s)$$

閉ループ系の伝達関数:

$$T(s) \triangleq \frac{P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)}$$

パラメータ変動に対する感度(影響)

$$P(s) = \frac{a}{\tau s + 1},\ K(s) = k \qquad a \to \tilde{a}\ \left(\tilde{a} = 1.4a\right)$$

(40%変化)

FF系のステップ応答の定常値:

$$y_f(\infty) = \lim_{s \to 0} sP(s)K(s)\frac{1}{s} = P(0)K(0) = ak$$

$$\tilde{y}_f(\infty) = \tilde{a}k = 1.4ak = 1.4y_f(\infty)$$ (40%変化)

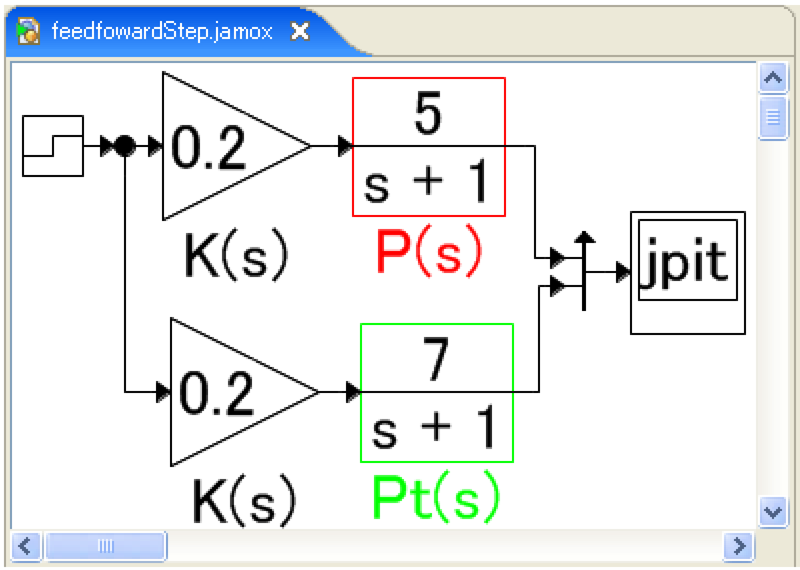
FB系のステップ応答の定常値(kが十分に大きい):

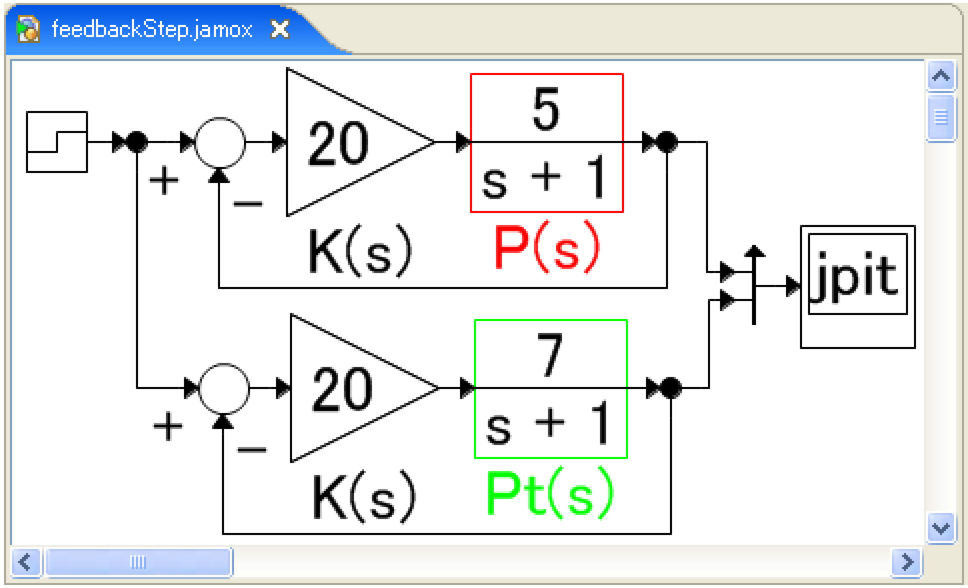
$$y_b(\infty) = \lim_{s \to 0} sT(s)\frac{1}{s} = T(0) = \frac{ak}{1+ak} \approx \frac{ak}{ak} = 1$$

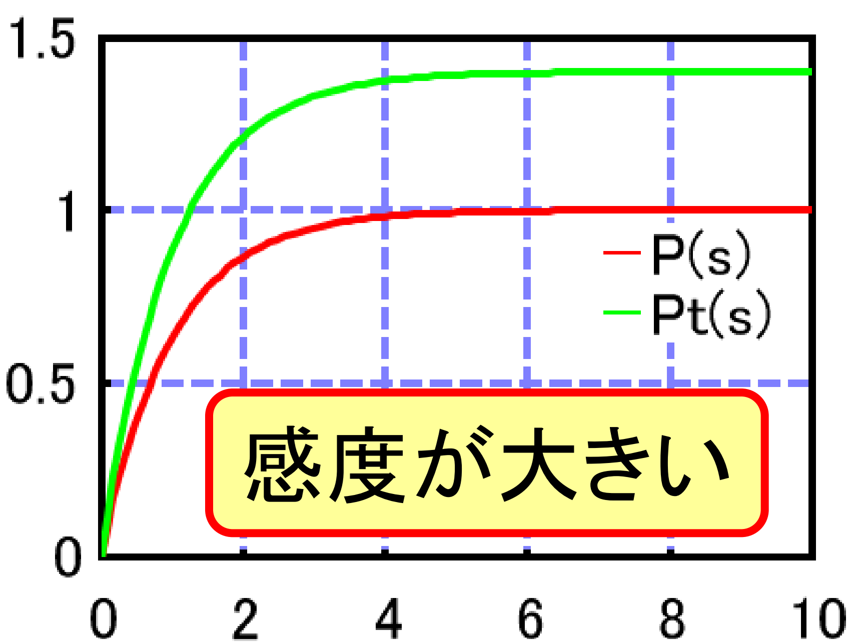
$$\tilde{y}_b(\infty) = \tilde{T}(0) = \frac{\tilde{a}k}{1+\tilde{a}k} \approx \frac{\tilde{a}k}{\tilde{a}k} = 1 = \tilde{y}_f(\infty)$$ (0%変化)

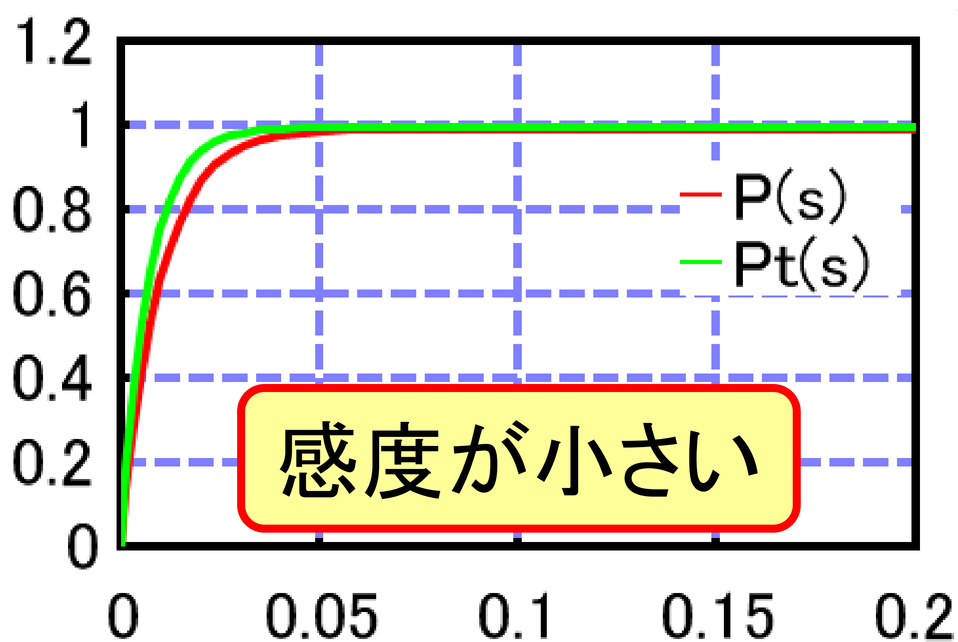
制御器のゲインを大きくすると感度が小さくなる

パラメータ変動に対する感度(影響)









演習1：定常位置偏差

- 制御対象

$$\mathrm{P(s)} = \frac{5}{\mathrm{s}^2 + 2\mathrm{s} + 2}$$

  制御器

$$\mathrm{K_1(s)} = 2, \quad \mathrm{K_2(s)} = 5, \quad \mathrm{K_3(s)} = \frac{2\mathrm{s} + 1.25}{\mathrm{s}}$$

  フィードバック制御系のステップ応答のグラフを求めよ。
- 上の制御対象と制御器について、フィードバック制御系の定常位置偏差を数値で求めよ。

演習2:定常位置(速度)偏差

- 制御対象

$$P(s) = \frac{1}{(s+2)(s+1)}$$

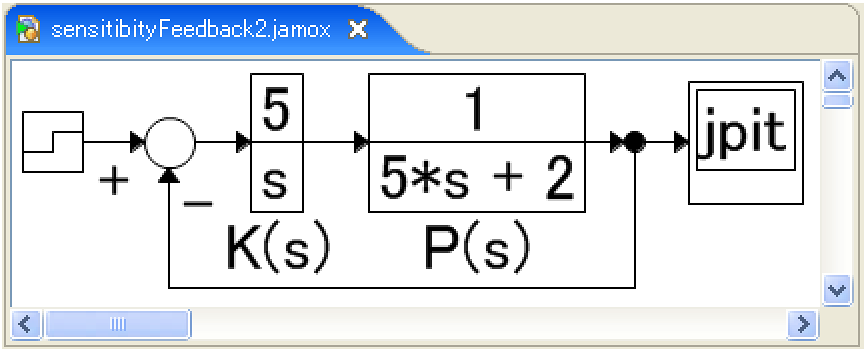
制御器

$$K(s) = \frac{2}{s}$$

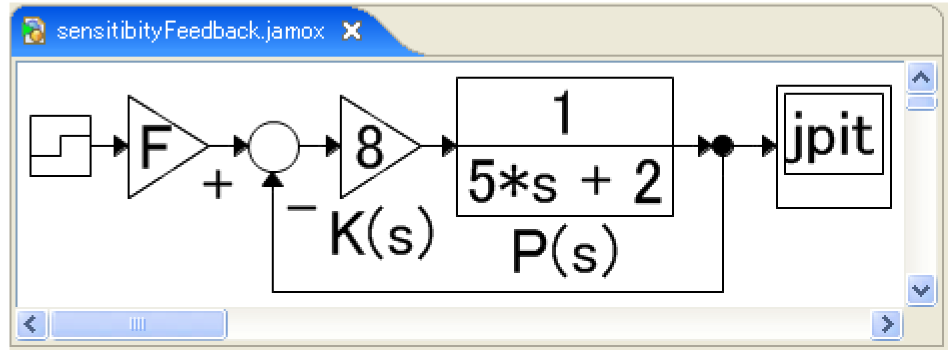
フィードバック制御系のステップ応答とランプ応答のグラフを求めよ。

- 上の制御対象と制御器について、フィードバック制御系の定常位置偏差と定常速度偏差を数値で求めよ。

演習3：過渡特性と定常特性



(a)



(b)

- (b)の制御系において、定常位置偏差が0となるようシミュレーションにより定数ゲインFを求めよ。

- 上記のとき、(a)と(b)のどちらの系の過渡特性（速応性、減衰性）がよいか？その理由を述べよ。

- 制御対象P(s)が $\tilde{\mathrm{P}}(\mathrm{s}) = \dfrac{1.5}{5\mathrm{s}+2}$ と変化したとき、それぞれの系の定常位置偏差はどうなるか？