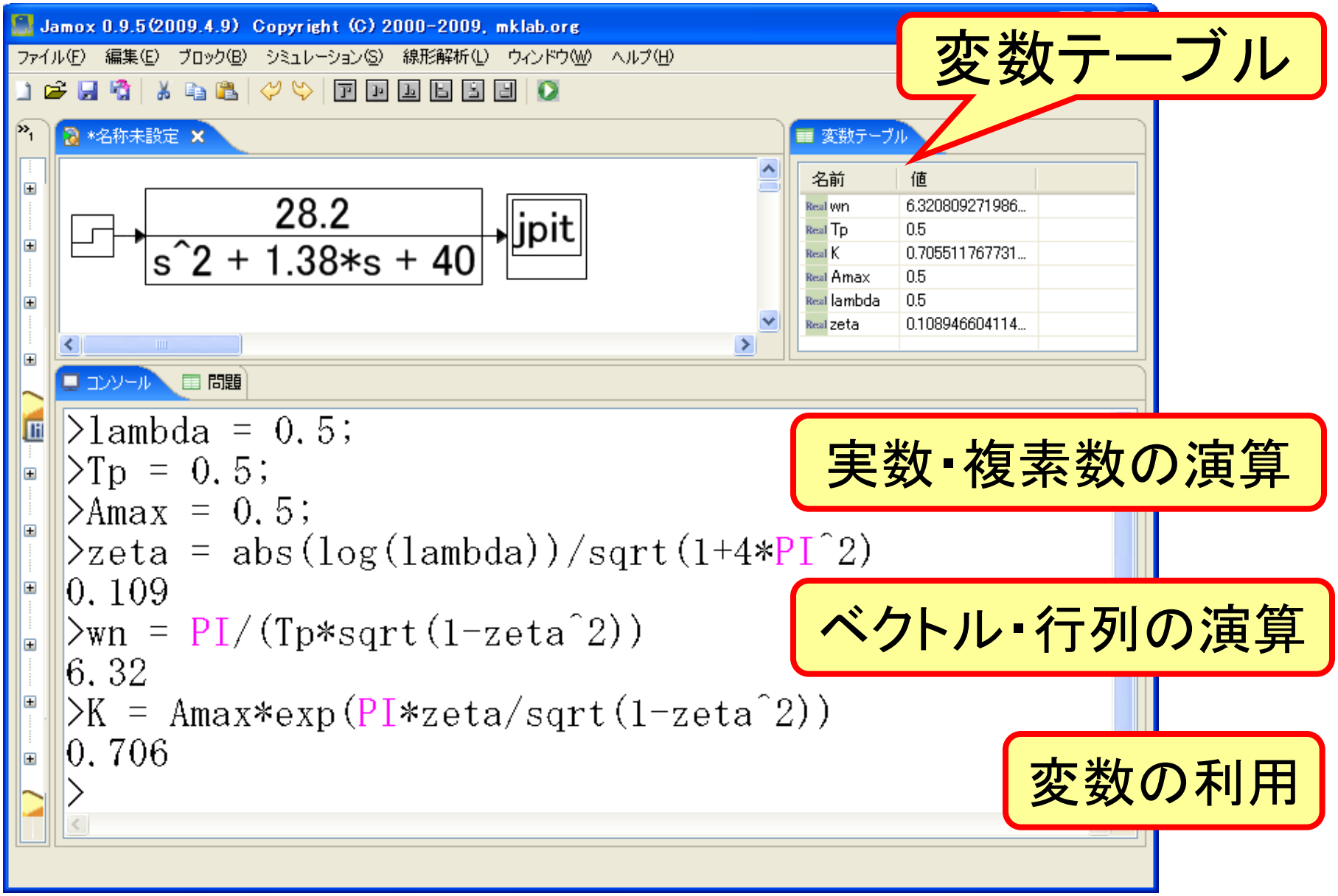
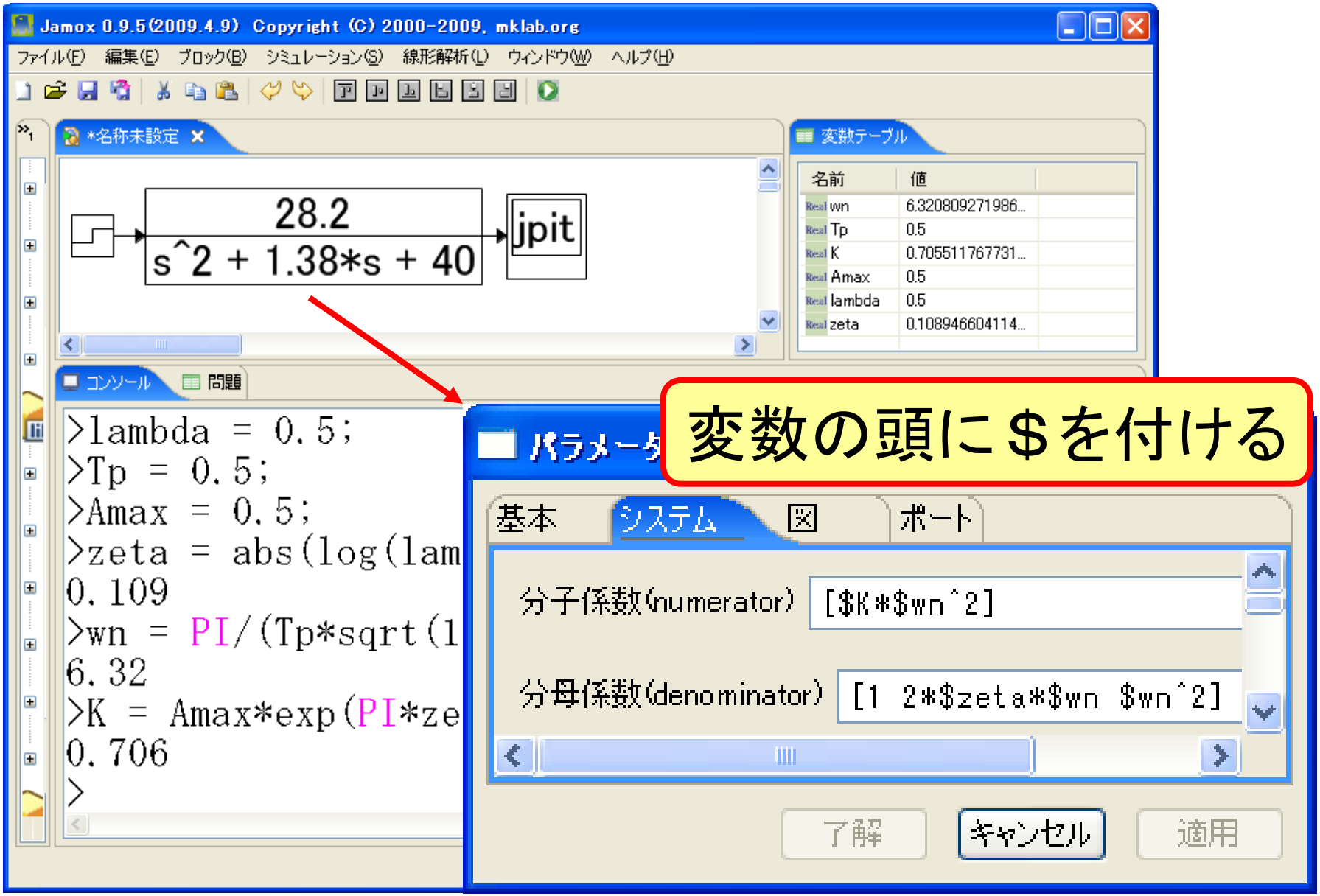
第５回

- コンソールの利用
- 零点・極と時間応答の関係
- 安定性
- 過渡応答の特性

コンソールでの計算


Jamox 0.9.5(2009.4.9) Copyright (C) 2000-2009, mklab.org
ファイル(F) 編集(E) ブロック(B) シミュレーション(S) 線形解析(L) ウィンドウ(W) ヘルプ(H)
*名称未設定
28.2
s^2 + 1.38*s + 40
jpit
変数テーブル
名前
値
wn 6.320809271986...
Tp 0.5
K 0.705511767731...
Amax 0.5
lambda 0.5
zeta 0.108946604114...
コンソール
問題
>lambda = 0.5;
>Tp = 0.5;
>Amax = 0.5;
>zeta = abs(log(lambda))/sqrt(1+4*PI^2)
0.109
>wn = PI/(Tp*sqrt(1-zeta^2))
6.32
>K = Amax*exp(PI*zeta/sqrt(1-zeta^2))
0.706
>
変数テーブル
実数・複素数の演算
ベクトル・行列の演算
変数の利用

ブロック内での変数参照



スカラー関数(1/2)

関数名	説明	関数名	説明
abs(x)	絶対値	atanh(x)	逆双曲線正接
acos(x)	逆余弦	ceil(x)	＋∞方向丸め
acosh(x)	逆双曲線余弦	conj(x)	複素共役
arg(x)	位相角	cos(x)	余弦
asin(x)	逆正弦	cosh(x)	双曲線余弦
asinh(x)	逆双曲線正弦	exp(x)	指数関数
atan(x)	逆正接	fact(x)	階乗
atan2(x,y)	逆正接（4象限）	fix(x)	ゼロ方向丸め

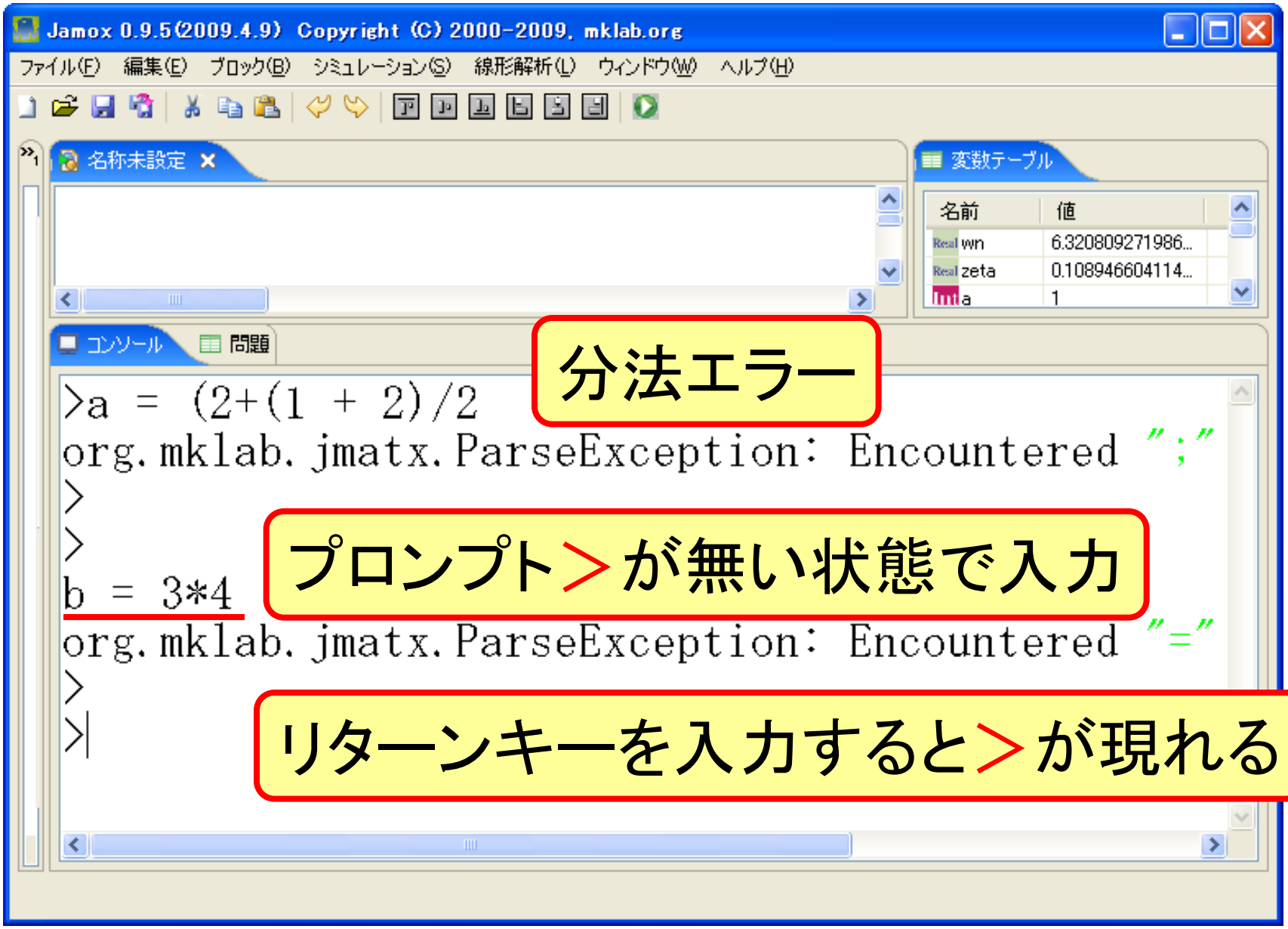
スカラー関数(2/2)

関数名	説明	関数名	説明
floor(x)	−∞方向丸め	round(x)	最も近い整数
Im(x)	虚部	sgn(x)	符号関数
inv(x)	逆数	sin(x)	正弦
log(x)	自然対数	sinh(x)	双曲線正弦
log10(x)	常用対数	sqrt(x)	平方根
pow(x,y)	べき乗	tan(x)	正接
Re(x)	実部	tanh(x)	双曲線正接
rem(x)	除算の余り		

コンソールに関するTIPS

- コマンドライン編集
  左右カーソル（矢印）キー（CTRL+F,CTRL+B）
  コマンド上を左右に移動できる
- コマンド履歴参照
  上下カーソル（矢印）キー（CTRL+N,CTRL+P)
  以前に入力したコマンドを再利用できる
- 変数の値
  変数名を入力すると、変数の値が表示される
- 計算結果の非表示
  行末にセミコロン「;」を付けると
  計算結果を非表示にできる

コンソール利用上の注意



極と零点

$$G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}$$

$$= \frac{K(s - z_1)(s - z_2)\cdots(s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2)\cdots(s - p_n)}$$

z_i :零点

p_i :極

$$= \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{\prod_{i=1}^{M}(s + \sigma_i)\prod_{j=1}^{N}((s + \alpha_j)^2 + \omega_j^2)}$$

$-\sigma_i$:実極　$-\alpha_j \pm \omega_j j$:複素極

一般システムのステップ応答

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[G(s)\frac{1}{s} \right]$$

$$= \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{A_0}{s} + \sum_{i=1}^{M} \frac{A_i}{s+\sigma_i} + \sum_{j=1}^{N} \frac{B}{\omega_j} \frac{\omega_j}{(s+\alpha_j)^2 + \omega_j^2} \right]$$

$$= A_0 + \sum_{i=1}^{M} A_i e^{-\sigma_i t} + \sum_{j=1}^{N} \frac{B_j}{\omega_j} e^{-\alpha_j t} \sin \omega_j t$$

＝各極のインパルス応答の和

線形システムの安定性

任意の有界入力に対して出力が有界

$|u(t)| < \infty \Rightarrow |y(t)| < \infty$ ⇨ システムは安定

⇕

ステップ応答が一定値（$\neq \infty$）に収束

⇕

$e^{-\sigma_i t} \to 0, e^{-\alpha_j t} \sin \omega_j t \to 0$（全ての i と j）

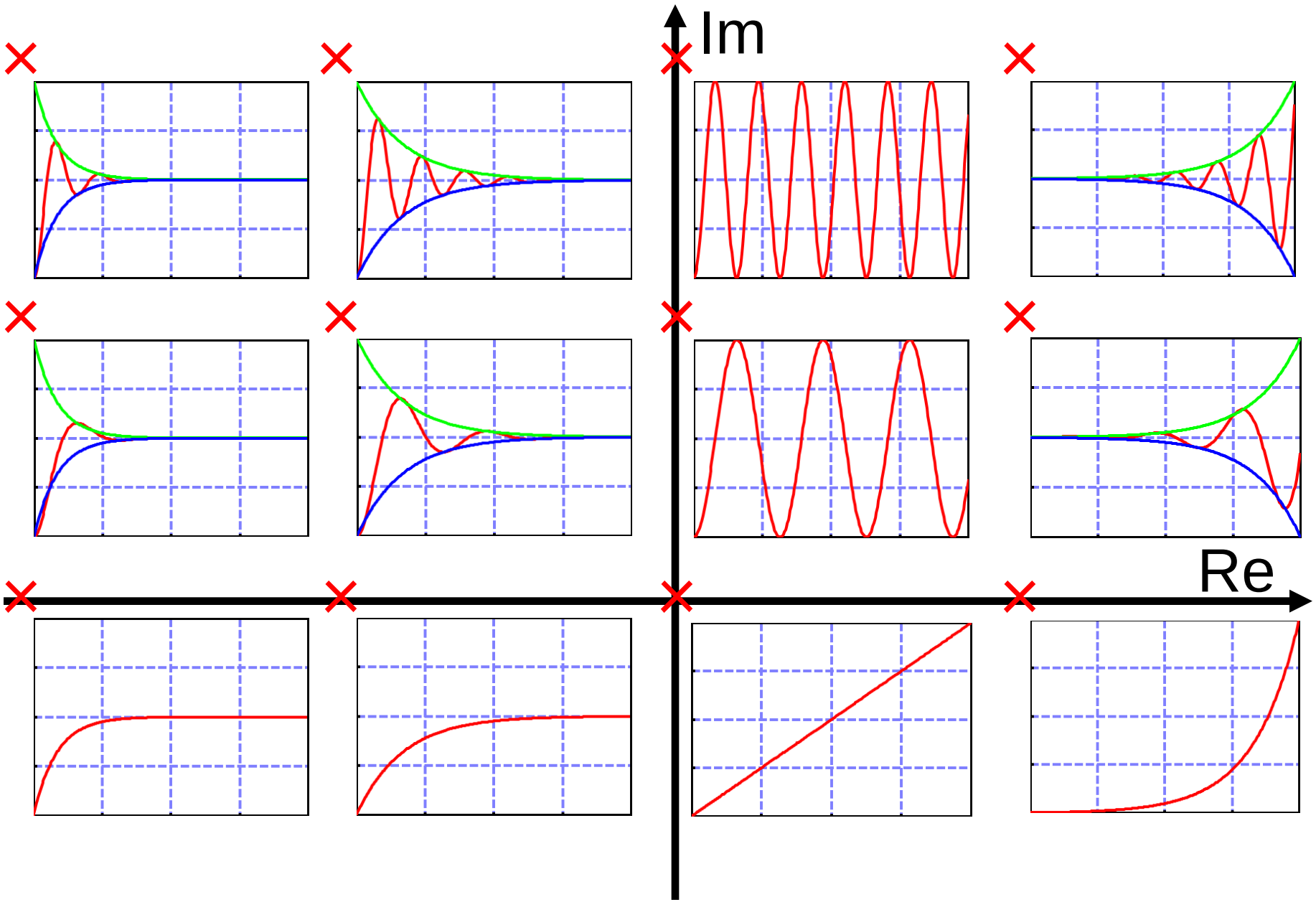
⇕

$-\sigma_i < 0, -\alpha_i < 0$（全ての i と j）

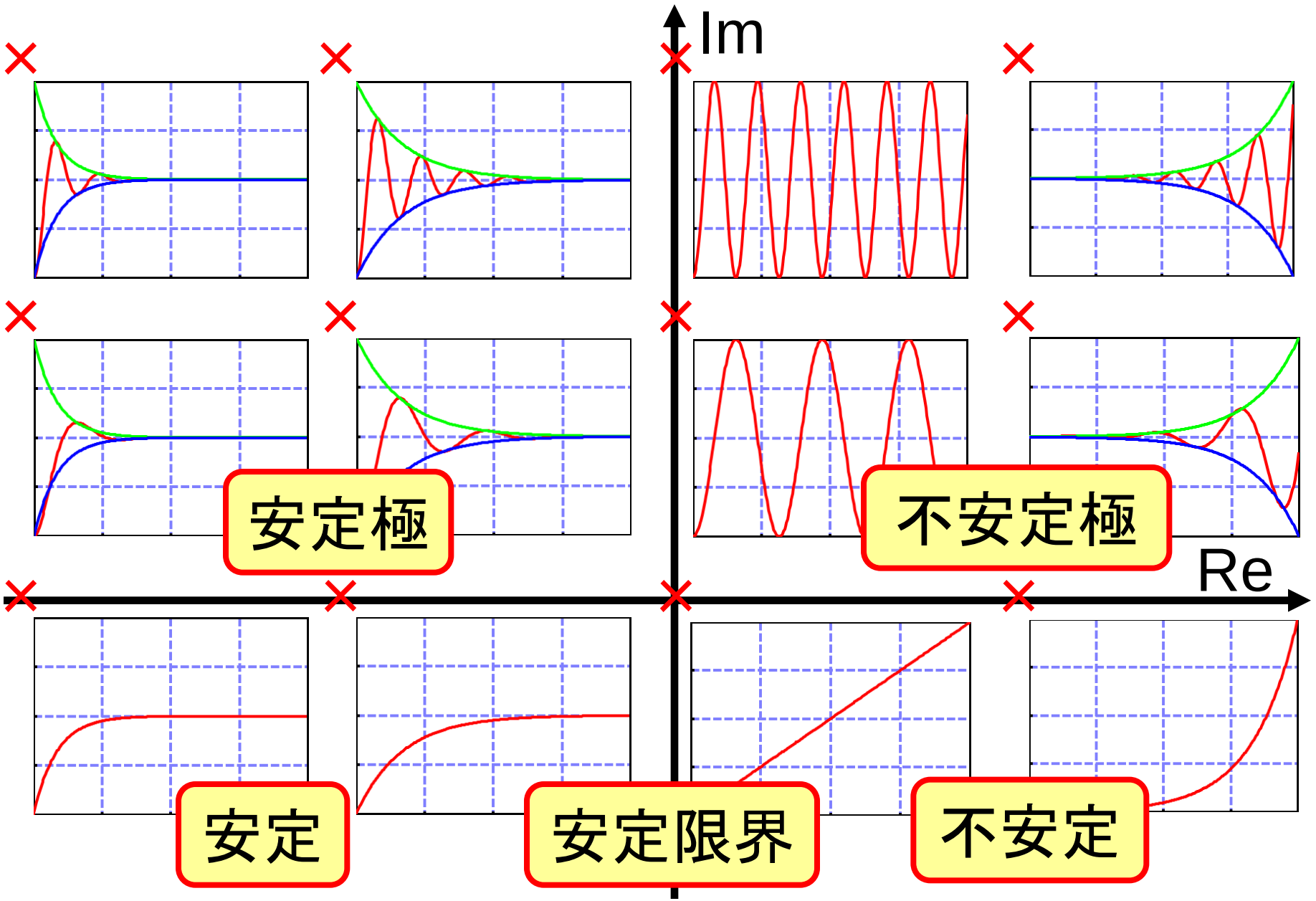
⇕

全ての極の実部が負

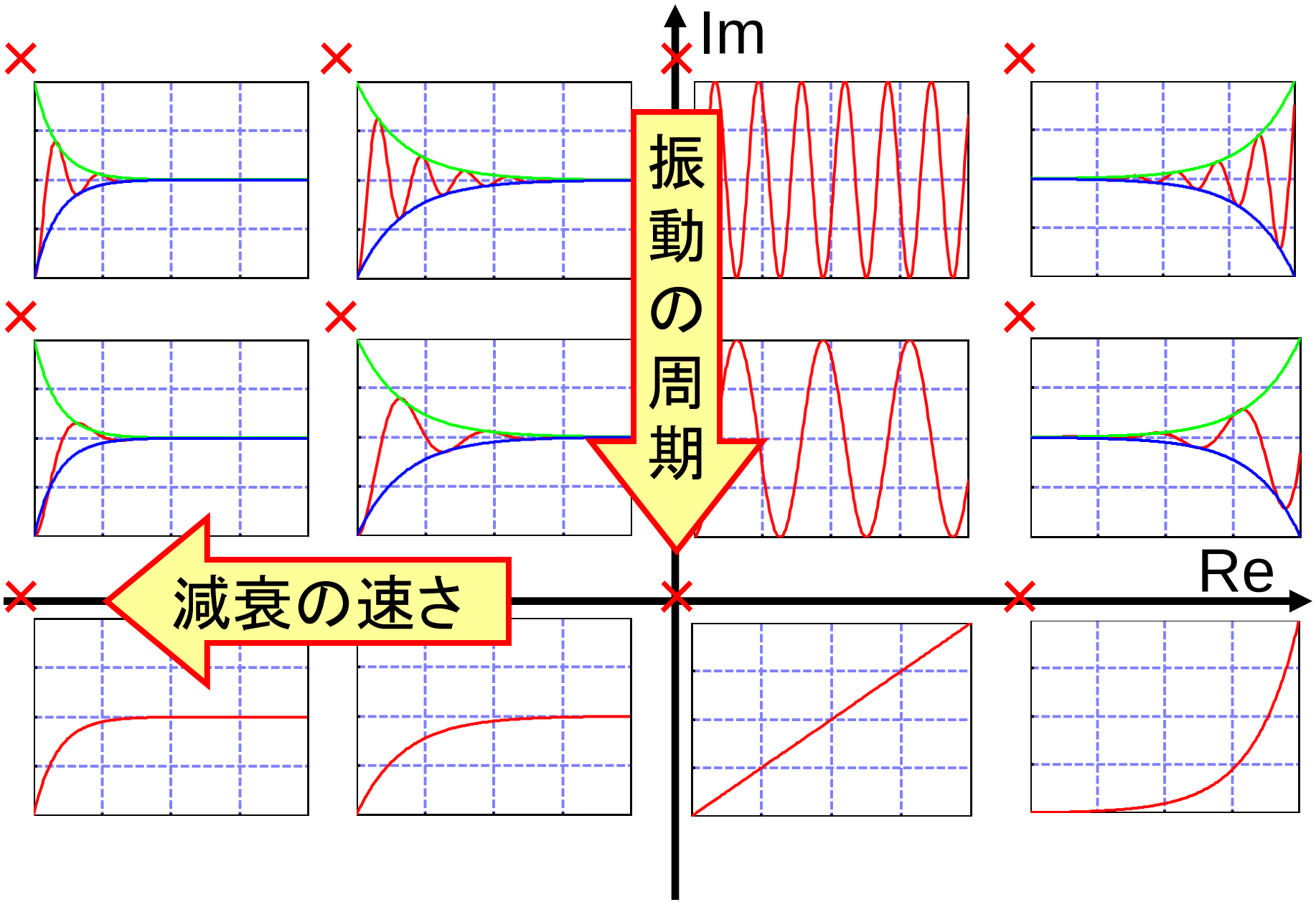
極の位置とステップ応答



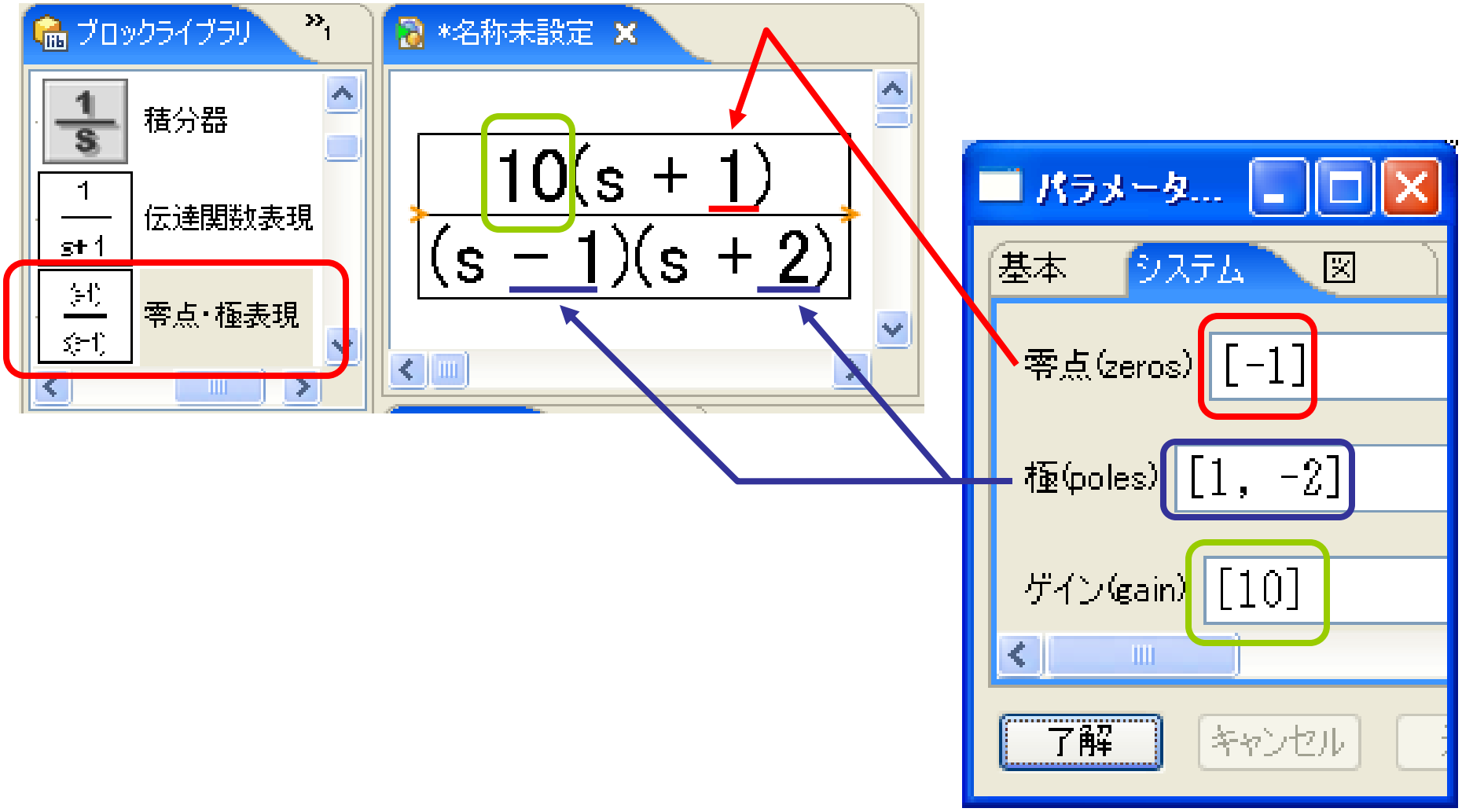
極の位置と安定性



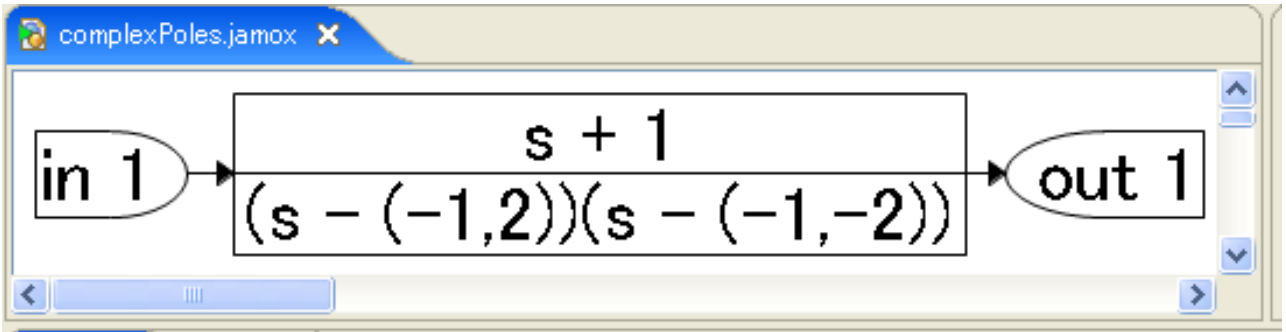
極の位置と振動性

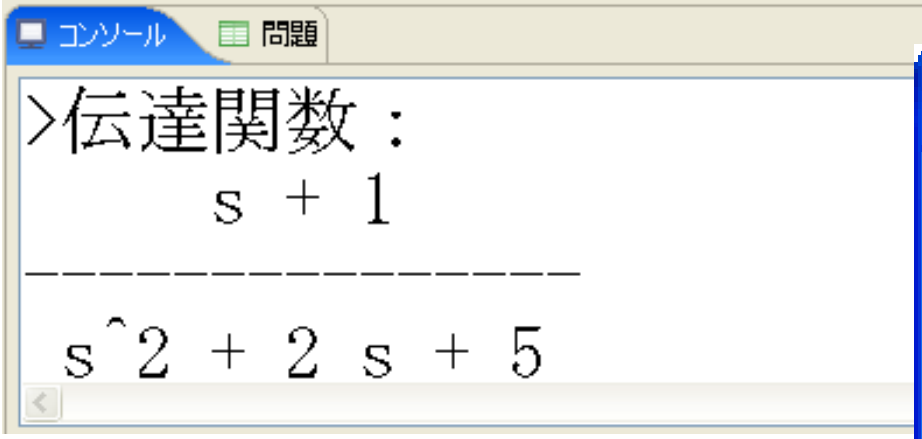


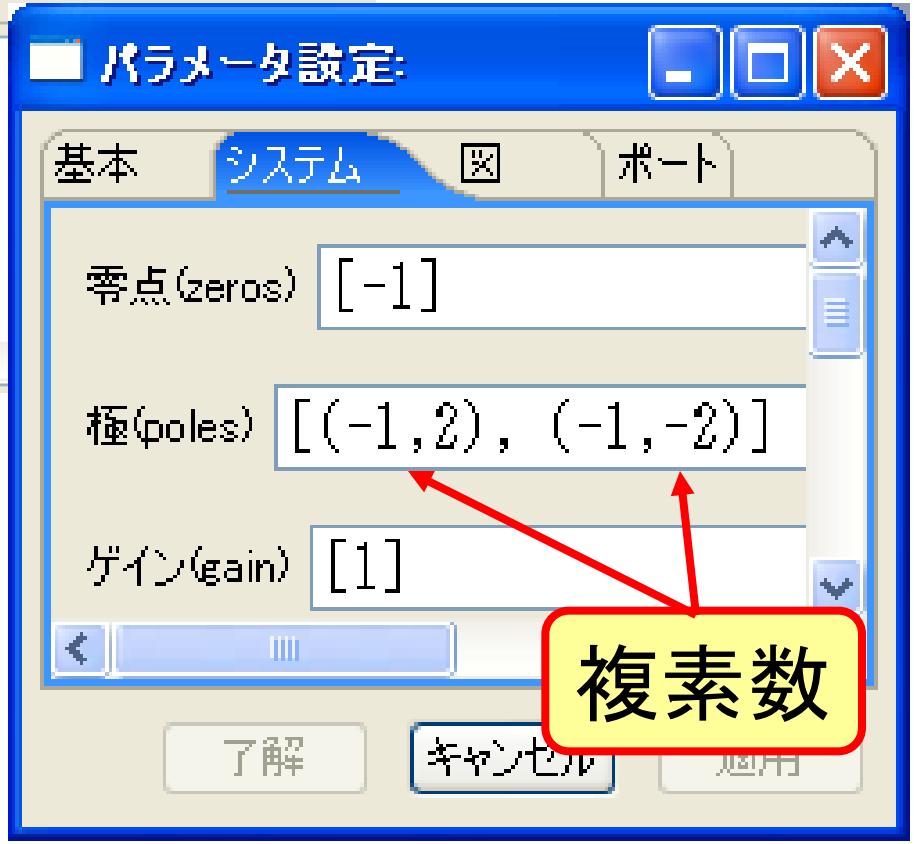
零点・極指定による伝達関数



複素極をもつ伝達関数





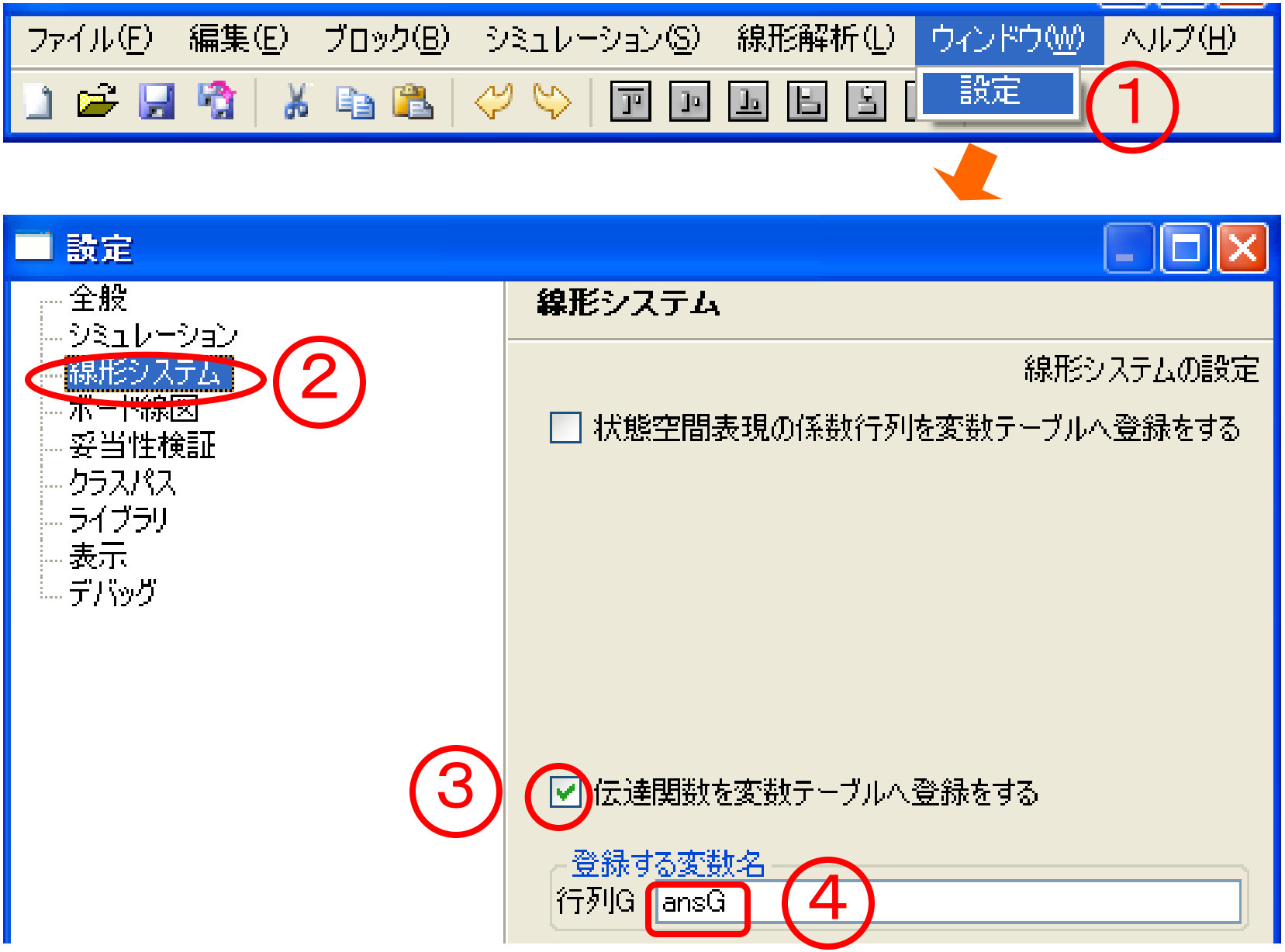


複素極：

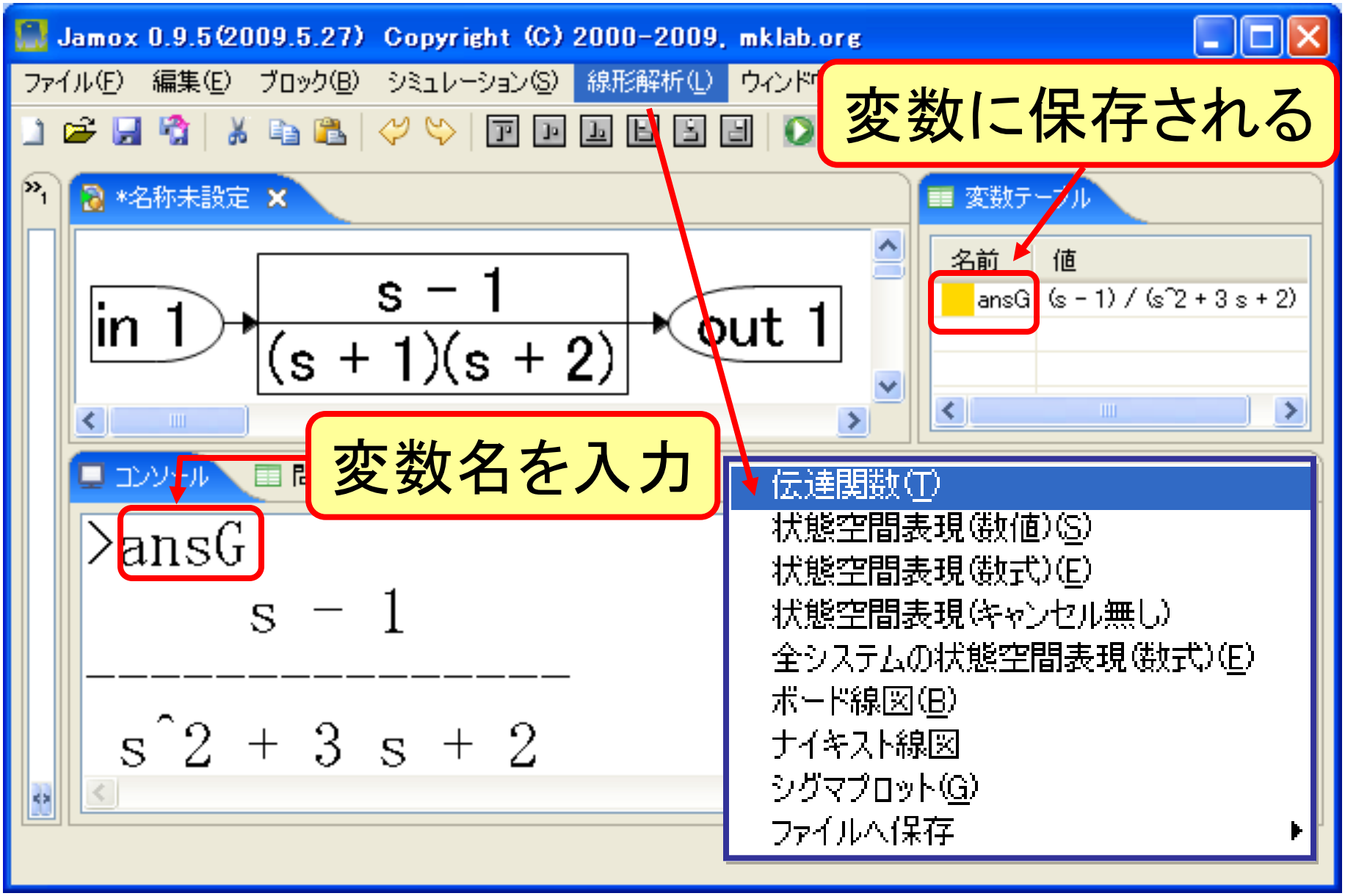
$$p_1 = -1 + 2j$$

$$p_2 = -1 - 2j$$

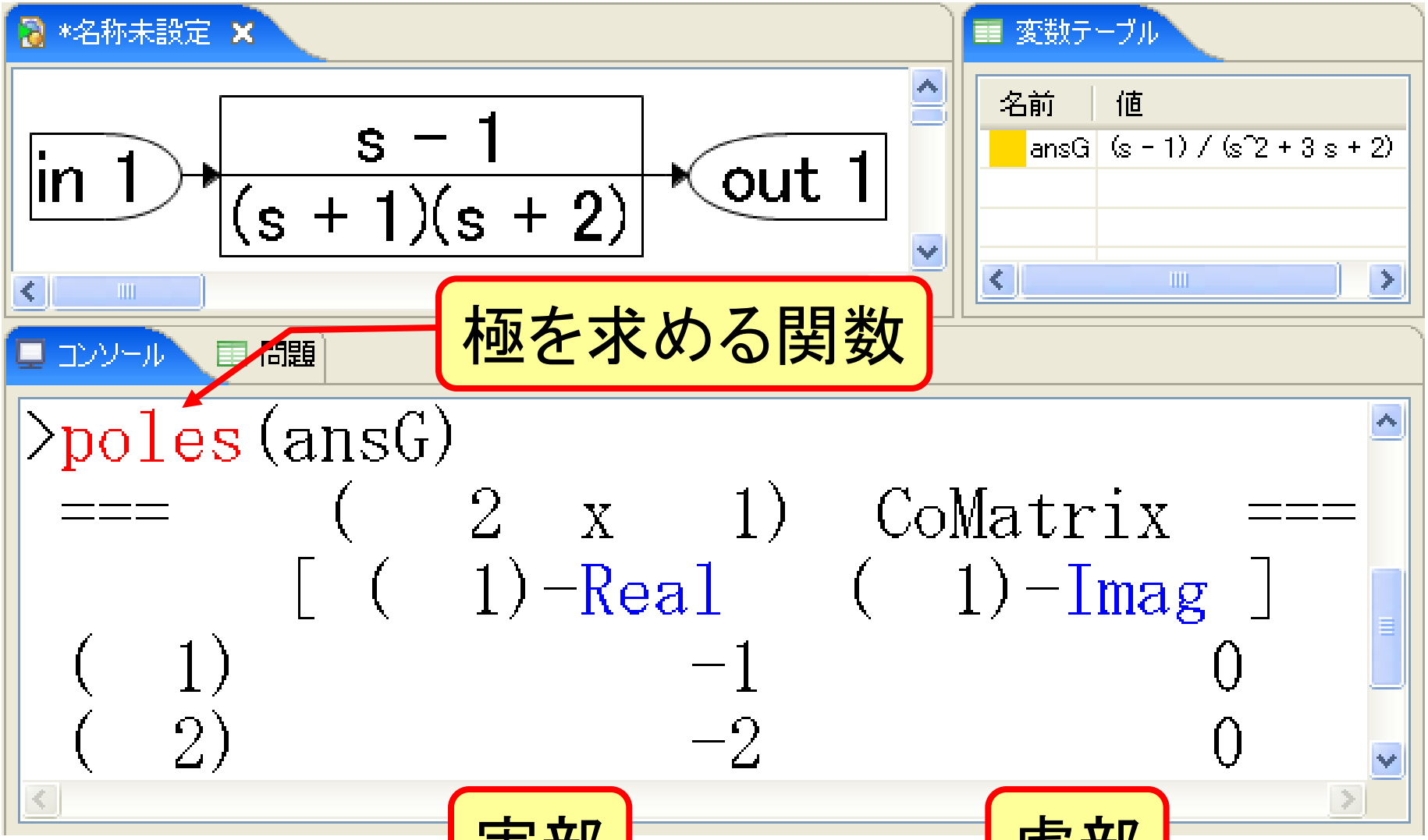
伝達関数を変数へ保存する設定



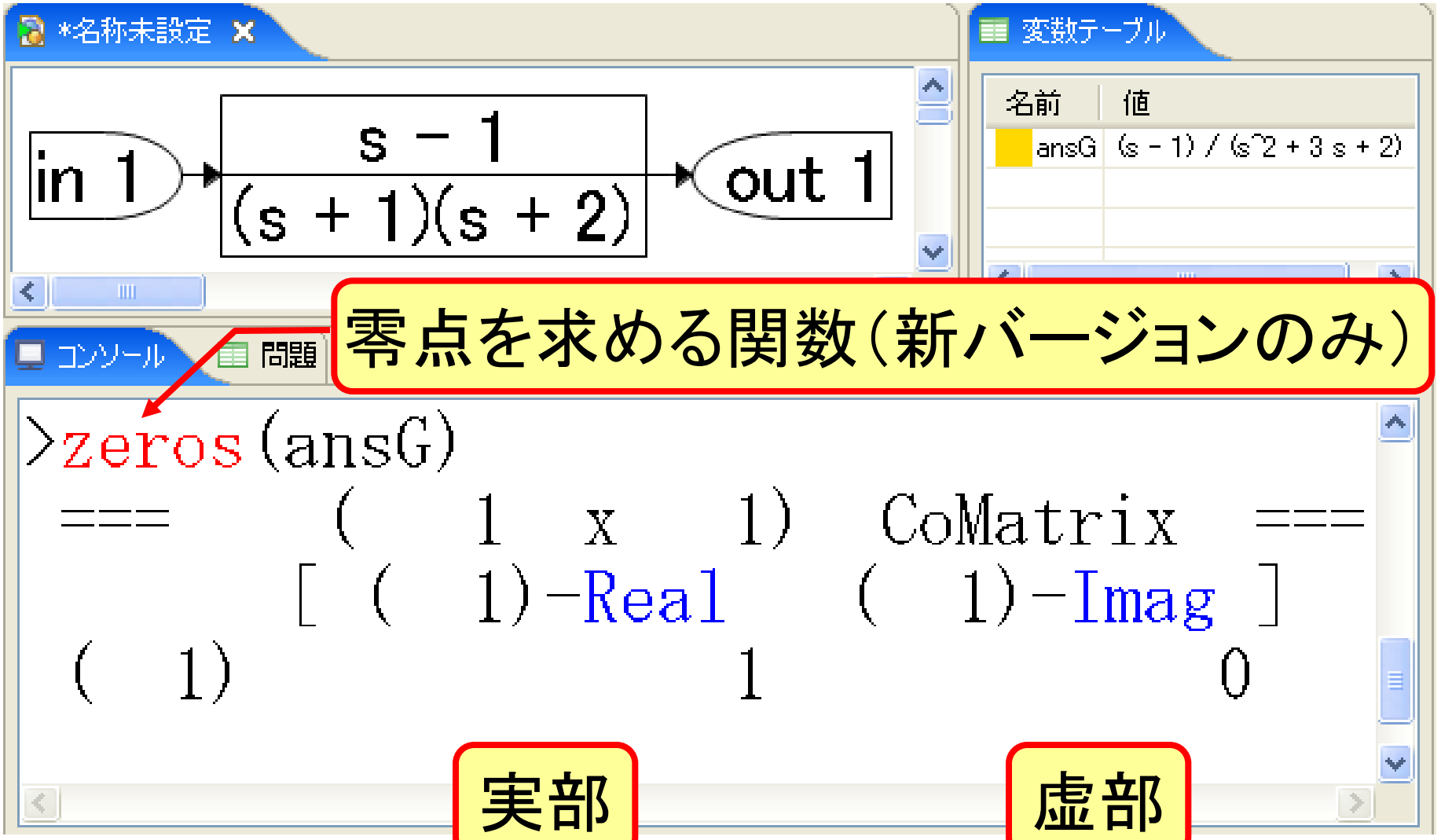
変数に保存した伝達関数の表示



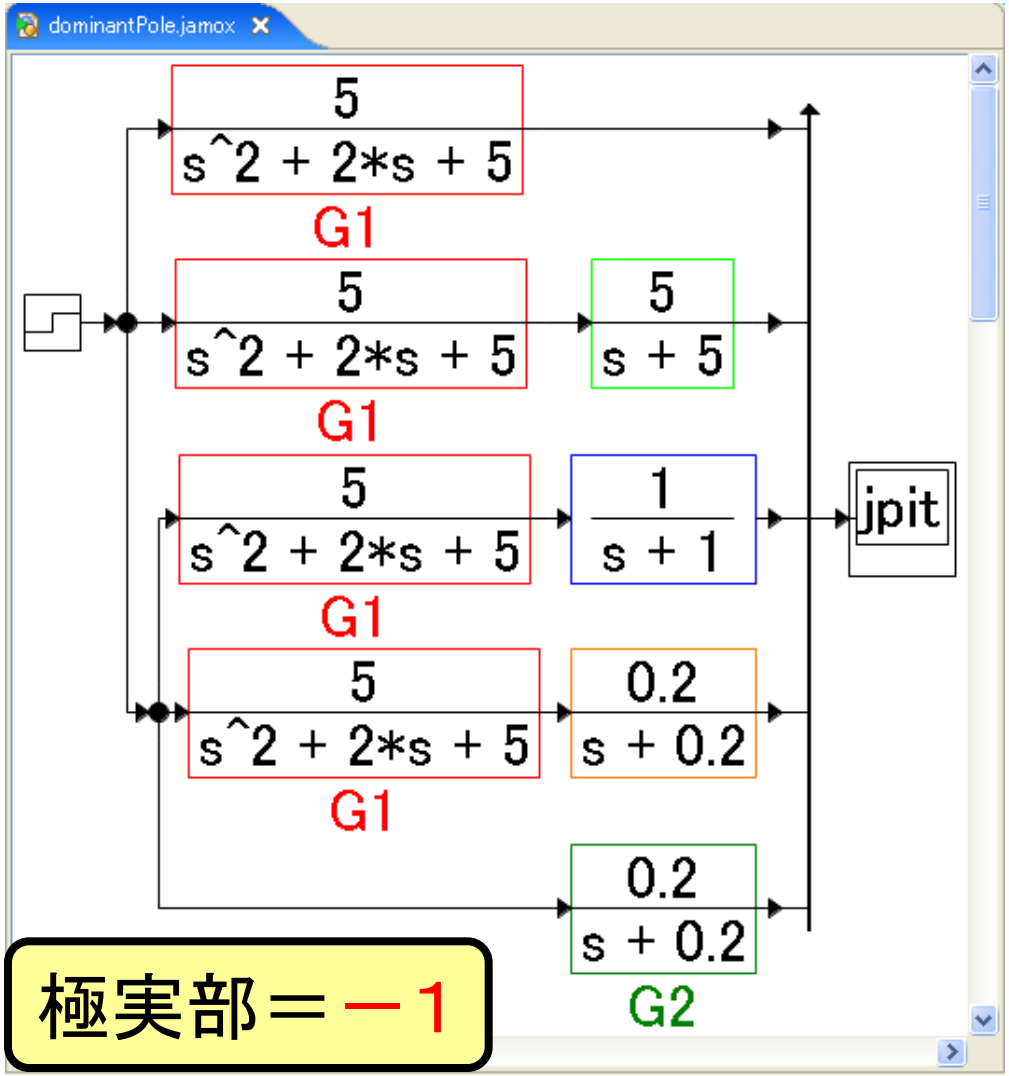
伝達関数の極の計算

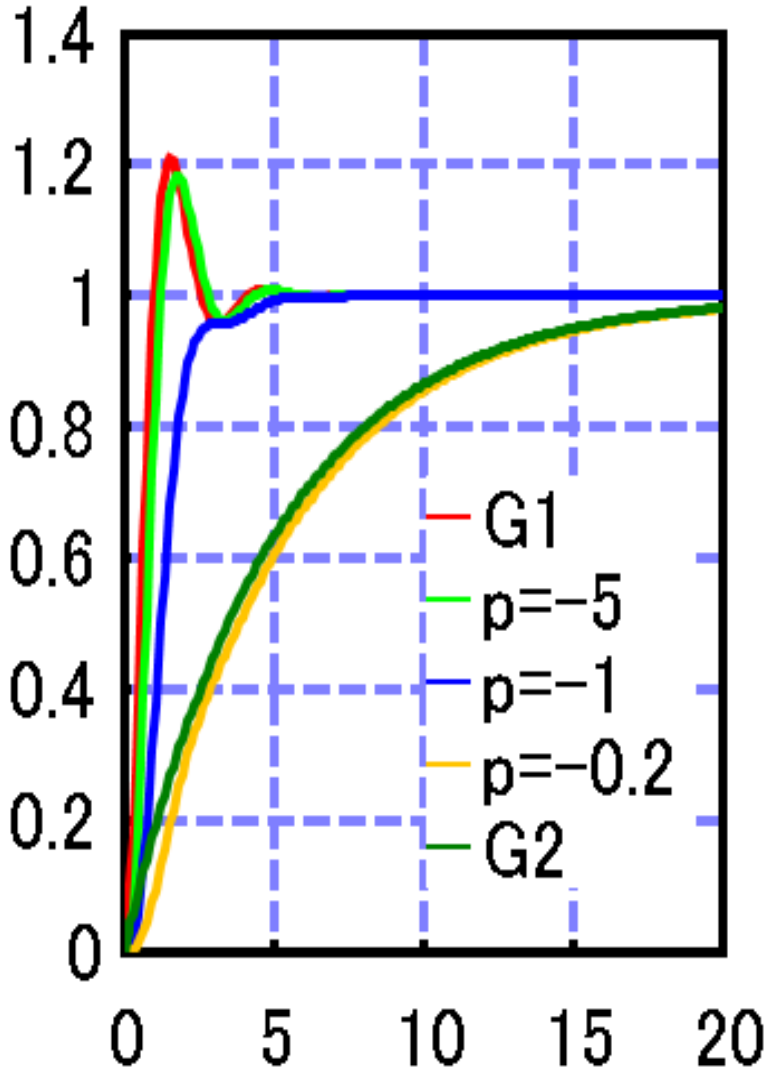

*名称未設定
in 1
s − 1
(s + 1)(s + 2)
out 1
変数テーブル
名前
値
ansG
(s - 1) / (s^2 + 3 s + 2)
コンソール
問題
極を求める関数
>poles(ansG)
=== (2 x 1) CoMatrix ===
[(1)-Real (1)-Imag]
(1) -1 0
(2) -2 0
実部
虚部

伝達関数の零点の計算


*名称未設定
in 1
s − 1
(s + 1)(s + 2)
out 1
変数テーブル
名前
値
ansG
(s - 1) / (s^2 + 3 s + 2)
コンソール
問題
零点を求める関数(新バージョンのみ)
>Zeros(ansG)
=== (1 x 1) CoMatrix ===
[(1)-Real (1)-Imag]
(1) 1 0
実部
虚部

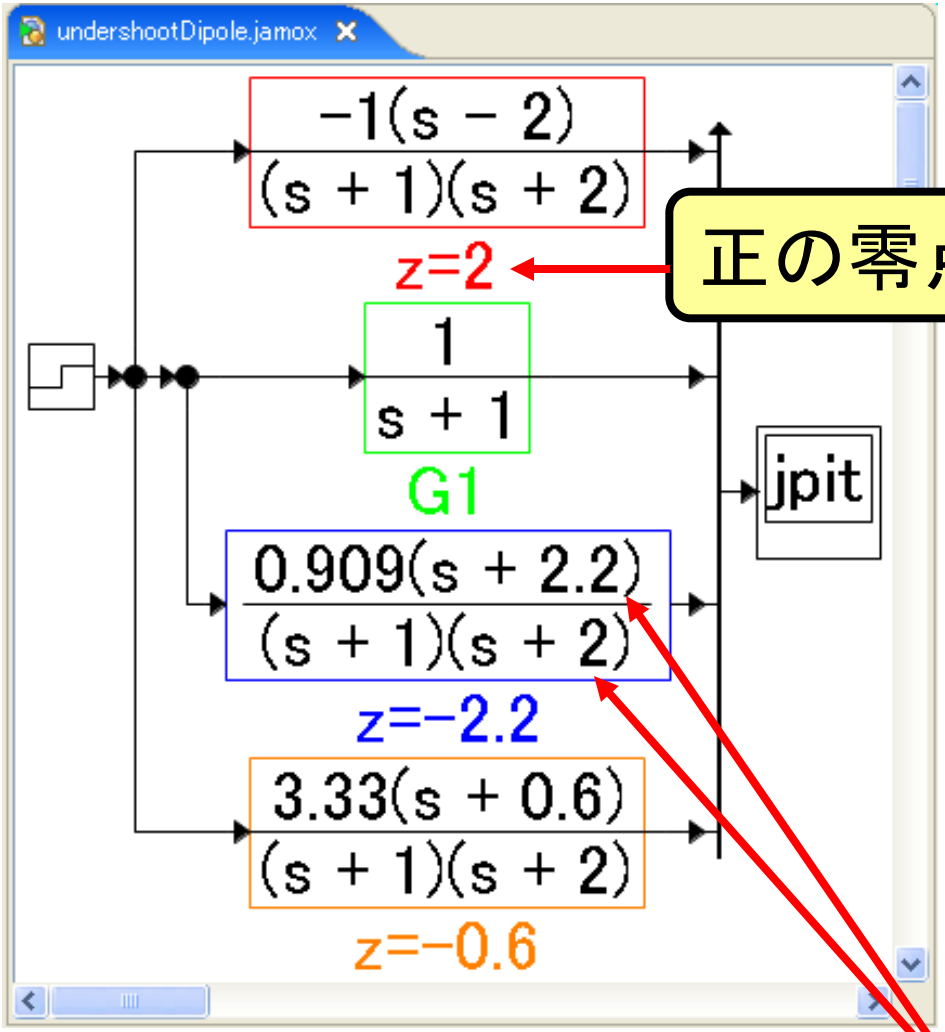
代表極





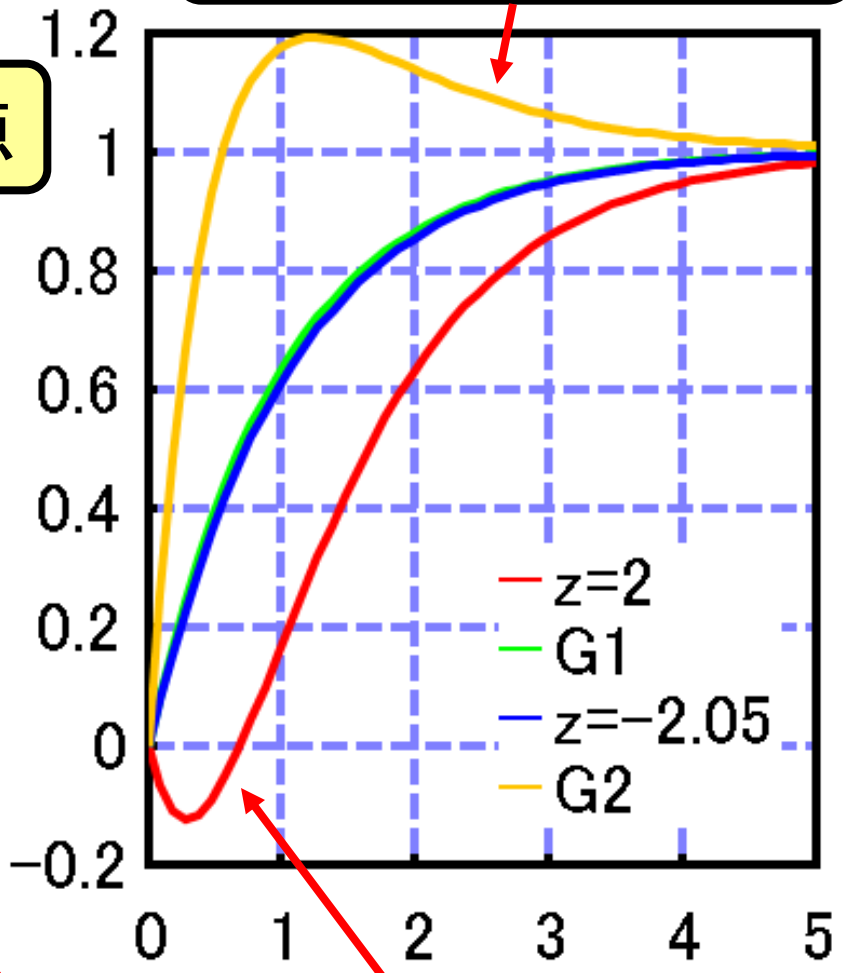
代表極（虚軸に近い極）が出力に最も影響を与える

零点の存在するシステムの応答



正の零点

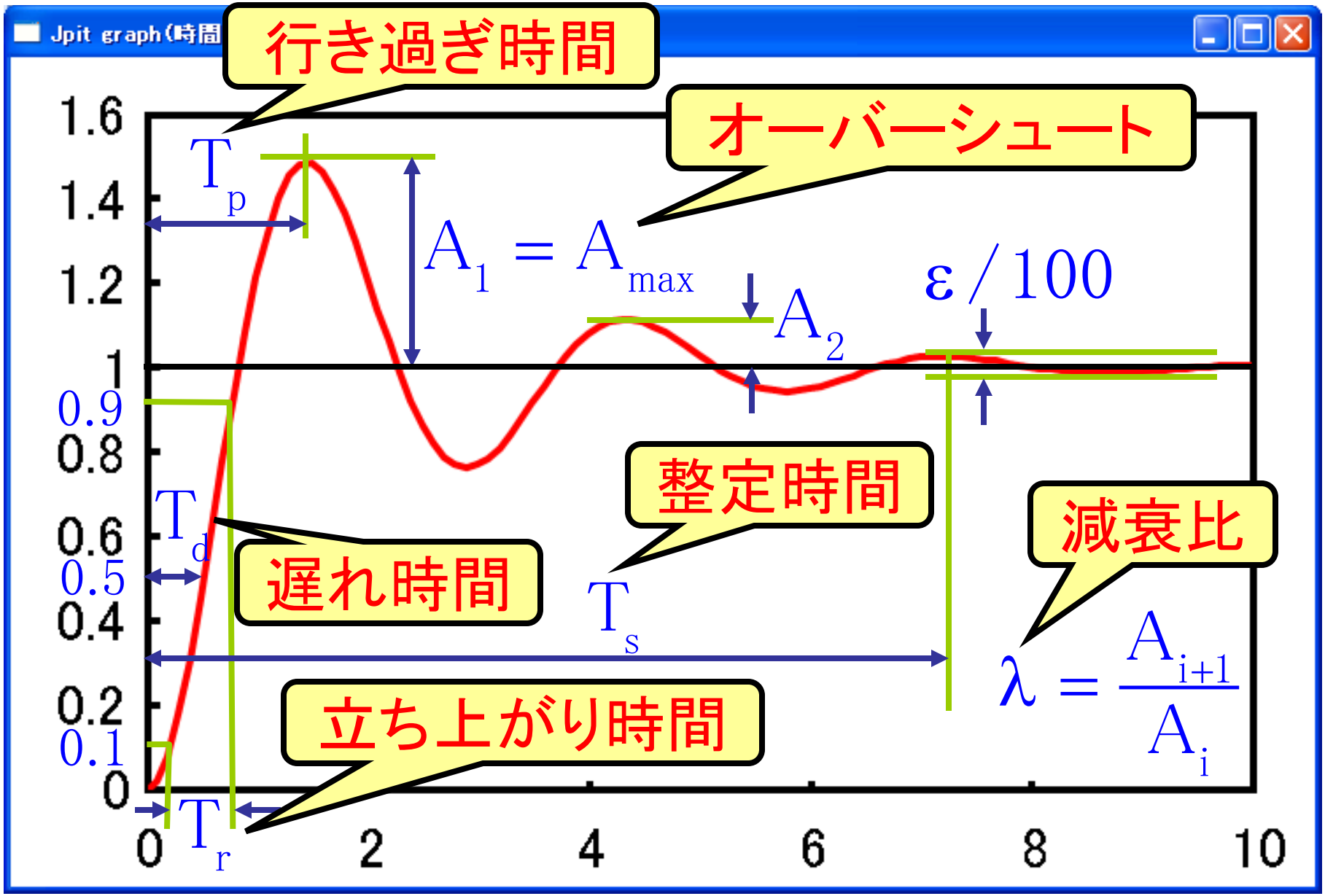
オーバーシュート



ダイポール：接近した極と零点の組

逆ぶれ

過渡応答の特性値


Jpit graph(時間
行き過ぎ時間
オーバーシュート
整定時間
減衰比
遅れ時間
立ち上がり時間
T_p
$A_1 = A_{max}$
A_2
$\varepsilon / 100$
T_d
T_s
T_r
$\lambda = \frac{A_{i+1}}{A_i}$
1.6
1.4
1.2
1
0.9
0.8
0.6
0.5
0.4
0.2
0.1
0
0
2
4
6
8
10

過渡応答の特性値

- 立ち上がり時間：T_r
  定常値の10%～90%に要する時間
- 遅れ時間：T_d
  定常値の50%に要する時間
- 行き過ぎ時間：T_p
  最初の行き過ぎの時間
- 整定時間：T_s
  定常値の±(1,2,5)%への収束に要する時間
- オーバーシュート：A_{max}
  最大ピーク値
- 減衰比：λ
  1番目と2番目の行き過ぎ量の比

二次系の過渡特性と係数の関係

- 減衰比

$$\lambda = \exp\left(-\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) \qquad \zeta = \frac{\left|\log\lambda\right|}{\sqrt{1+4\pi^2}}$$

- 行き過ぎ時間

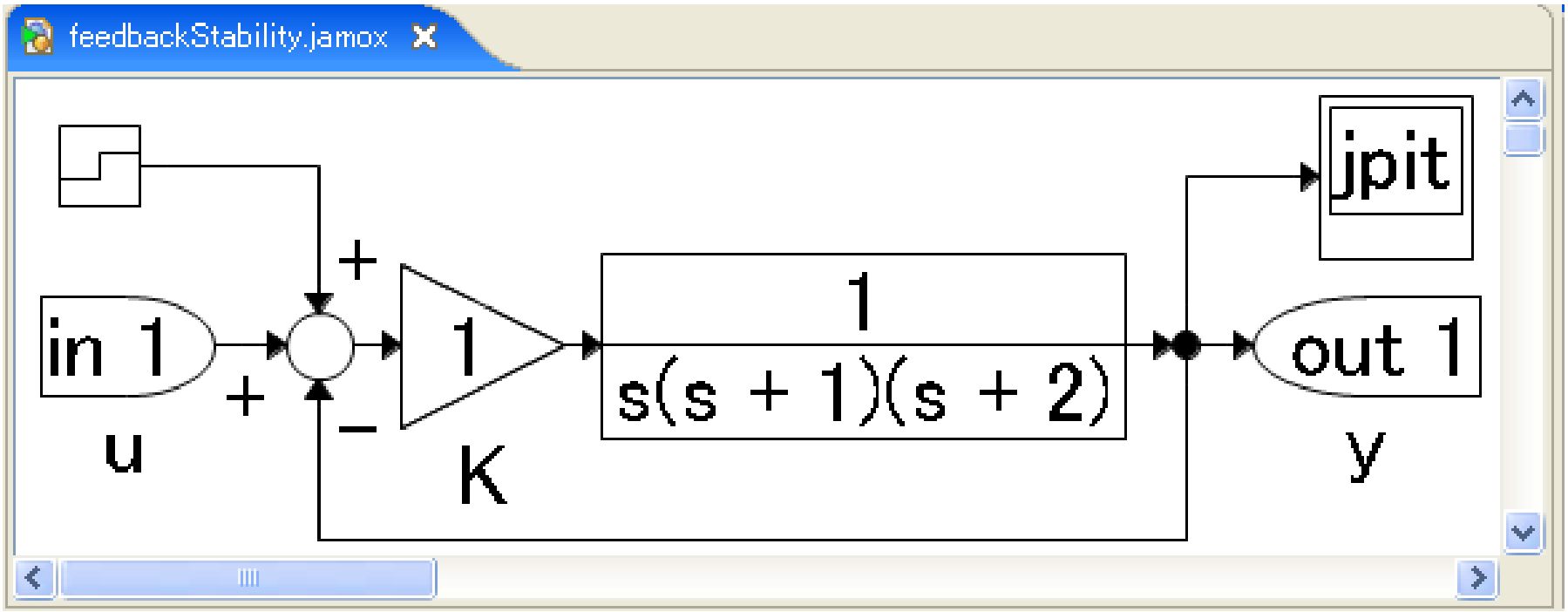
$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} \qquad \omega_n = \frac{\pi}{T_P\sqrt{1-\zeta^2}}$$

- オーバーシュート

$$A_{max} = K\cdot\exp\left(-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) \qquad K = A_{max}\exp\left(\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)$$

演習１：フィードバック系の安定性

- K=1、K=10のとき、極を求め安定性を判別せよ。また、そのときのステップ応答を求めよ。
- Kの値を変更しながら極を求めることで、フィードバック系が安定であるK＞0の範囲を求めよ。



演習２：応答が似ているシステム

- 伝達関数が以下で与えられるシステムについて、ステップ応答が似ている組を求めよ。また、応答が似ている理由を述べよ。

$$G_1(s) = \frac{1}{s+1} \qquad G_2(s) = \frac{10}{s+10}$$

$$G_3(s) = \frac{10}{(s+1)(s+10)} \qquad G_4(s) = \frac{(10/0.95)(s+0.95)}{(s+1)(s+10)}$$

演習３：過渡特性を満たす二次系

減衰比$\lambda = 0.2$、行き過ぎ時間$T_p = 2.0$、オーバーシュート$A_{max} = 0.45$である二次系を求め、ステップ応答を得よ。